



# Advanced Engineering Research

Теоретический и научно-практический журнал

Том 21

№ 1

2021

Vol. 21

no. 1

2021

ISSN 2687-1653



1

**Механика**

**Mechanics**

2

**Машиностроение и машиноведение**

**Machine Building and Machine Science**

3

**Информатика, вычислительная техника и управление**

**Information Technology, Computer Science, and Management**

DOI 10.23947/2687-1653

[vestnik-donstu.ru](http://vestnik-donstu.ru)

# Advanced Engineering Research

Т. 21, № 1

Теоретический  
и научно-практический журнал

Издаётся с 1999 г.

Выходит 4 раза в год  
январь-март 2021 г.

ISSN 2687-1653  
DOI: 10.23947/2687-1653

**Учредитель и издатель** Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Донской государственный технический университет» (ДГТУ)

**Название журнала (до августа 2020):** Вестник Донского государственного технического университета

**Журнал включен в перечень рецензируемых научных изданий, в котором должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук, на соискание ученой степени доктора наук (Перечень ВАК) по следующим научным специальностям:**

- 01.02.01 – Теоретическая механика (технические науки)
- 01.02.04 – Механика деформируемого твердого тела (технические науки)
- 01.02.04 – Механика деформируемого твердого тела (физико-математические науки)
- 01.02.06 – Динамика, прочность машин, приборов и аппаратуры (технические науки)
- 05.02.02 – Машиноведение системы приводов и детали машин (технические науки)
- 05.02.04 – Трение и износ в машинах (технические науки)
- 05.02.07 – Технология и оборудование механической и физико-технической обработки (технические науки)
- 05.02.08 – Технология машиностроения (технические науки)
- 05.02.10 – Сварка, родственные процессы и технологии (технические науки)
- 05.02.11 – Методы контроля и диагностика в машиностроении (технические науки)
- 05.13.11 – Математическое и программное обеспечение вычислительных машин, комплексов и компьютерных сетей (технические науки)
- 05.13.17 – Теоретические основы информатики (технические науки)
- 05.13.18 – Математическое моделирование численные методы и комплексы программ (технические науки)

**Индексируется и архивируется в Российском индексе научного цитирования (РИНЦ),  
а также в международной базе EBSCO**

**Является членом Directory of Open Access Journals (DOAJ),  
Ассоциации научных редакторов и издателей (АНРИ) и Cross Ref**

Свидетельство о регистрации средства массовой информации ЭЛ № ФС 77 – 78854 от 07 августа 2020 г.,  
выдано Федеральной службой по надзору в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций

**Над номером работали:**

И. В. Бойко, Г. И. Рассохин, М. П. Смирнова (англ. версия)

**Адрес учредителя, издателя и редакции:**

344003, Российская Федерация, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1, тел. +7 (863) 2-738-372

E-mail: [vestnik@donstu.ru](mailto:vestnik@donstu.ru) <http://vestnik-donstu.ru/>



Контент доступен под лицензией Creative Commons Attribution 4.0 License.

© Донской государственный технический университет, 2021

**Редакционная коллегия :**

**Главный редактор — Б. Ч. Месхи**, доктор технических наук, профессор, Донской государственный технический университет (Российская Федерация);

заместитель главного редактора — **В. П. Димитров**, доктор технических наук, профессор, Донской государственный технический университет (Российская Федерация);

ответственный редактор — **М. Г. Комахидзе**, кандидат химических наук, Донской государственный технический университет (Российская Федерация);

ответственный секретарь — **Н. А. Шевченко**, Донской государственный технический университет (Российская Федерация);

**Е. В. Агеев**, доктор технических наук, профессор, Юго-Западный государственный университет (Российская Федерация);

**В. И. Андреев**, академик РААСН, доктор технических наук, профессор, Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет (Российская Федерация);

**И. Р. Антибас**, кандидат технических наук, Донской государственный технический университет (Российская Федерация);

**К. С. Ахвердиев**, доктор технических наук, профессор, Ростовский государственный университет путей сообщения (Российская Федерация);

**С. М. Айзикович**, доктор физико-математических наук, профессор, Донской государственный технический университет (Российская Федерация);

**Д. А. Безуглов**, доктор технических наук, профессор, Ростовский филиал Российской таможенной академии (Российская Федерация);

**Бертрам Торстен**, доктор технических наук, профессор, Технический университет (Германия);

**В. Н. Варава**, доктор технических наук, профессор, Донской государственный технический университет (Российская Федерация);

**И. М. Вернер**, доктор технических наук, профессор, Технологический институт в Израиле (Израиль);

**Н. Е. Галушкин**, доктор технических наук, профессор, Институт сферы обслуживания и предпринимательства (филиал) ДГТУ в г. Шахты (Российская Федерация);

**Лару К. Гиллеси**, доктор технических наук, профессор, Президент Общества машиностроителей (США);

**О. В. Дворников**, доктор технических наук, профессор, Белорусский государственный университет (Беларусь);

**К. О. Егназарян**, доктор технических наук, профессор, Технологический университет Тампере (Финляндия);

**С. В. Елисеев**, член-корреспондент Российской Академии Естествознания доктор технических наук, профессор, Иркутский государственный институт путей сообщения (Российская Федерация);

**В. А. Еремеев**, доктор физико-математических наук, профессор, Южный научный центр РАН (Российская Федерация);

**В. Л. Заковоротный**, доктор технических наук, профессор, Донской государственный технический университет (Российская Федерация);

**А. А. Короткий**, доктор технических наук, профессор, Донской государственный технический университет (Российская Федерация);

**В. М. Курейчик**, доктор технических наук, профессор, Южный федеральный университет (Российская Федерация);

**Г. В. Кузнецов**, доктор физико-математических наук, профессор, Томский политехнический университет (Российская Федерация);

**В. И. Марчук**, доктор технических наук, профессор, Институт сферы обслуживания и предпринимательства (филиал) ДГТУ в г. Шахты (Российская Федерация);

**И. П. Мирошник**, кандидат технических наук, профессор, Донской государственный технический университет (Российская Федерация);

**М. А. Мукутадзе**, доктор технических наук, доцент, Ростовский государственный университет путей сообщения (Российская Федерация);

**В. Г. Мокрозуб**, доктор технических наук, профессор Тамбовский государственный технический университет (Российская Федерация);

**Нгуен Донг Ань**, доктор физико-математических наук, профессор, Институт механики Академии наук и технологий Вьетнама (Вьетнам);

**В. И. Лысак**, доктор технических наук, профессор, Волгоградский государственный технический университет (Российская Федерация);

**П. М. Огар**, доктор технических наук, профессор, Братский государственный университет (Российская Федерация);

**С. Г. Паршин**, доктор технических наук, доцент, Санкт-Петербургский политехнический университет (Российская Федерация);

**Н. Н. Прокопенко**, доктор технических наук, профессор, Донской государственный технический университет (Российская Федерация);

**В. Л. Попов**, доктор физико-математических наук, профессор, Институт механики Берлинского технического университета (Германия);

**А. А. Рыжкин**, доктор технических наук, профессор, Донской государственный технический университет (Российская Федерация);

**В. Н. Сидоров**, доктор технических наук, Российский университет транспорта (Российская Федерация);

**А. Н. Соловьёв**, доктор физико-математических наук, профессор, Донской государственный технический университет (Российская Федерация);

**А. И. Сухинов**, доктор физико-математических наук, профессор, Донской государственный технический университет (Российская Федерация);

**И. Б. Севостьянов**, доктор физико-математических наук, профессор, Университет штата Нью Мексико (США);

**М. А. Тамаркин**, доктор технических наук, профессор, Донской государственный технический университет, (Российская Федерация);

**Г. А. Угольников**, доктор физико-математических наук, профессор, Южный федеральный университет (Российская Федерация);

**М. Б. Флек**, доктор технических наук, профессор, ПАО «Роствертол» (Российская Федерация);

**Л. В. Черкесова**, доктор физико-математических наук, профессор, Донской государственный технический университет (Российская Федерация);

**А. Н. Чукарин**, доктор технических наук, профессор, Ростовский государственный университет путей сообщения (Российская Федерация);

**Б. М. Языев**, доктор технических наук, профессор, Донской государственный технический университет (Российская Федерация).



## СОДЕРЖАНИЕ

## ПАМЯТИ УЧЕНОГО

4

## МЕХАНИКА

|   |    |
|---|----|
| <i>Маилян Л. Р., Стельмах С. А., Щербань Е. М., Жеребцов Ю. В., Аль-Тулаихи М. М.</i> Исследования физико-механических и конструктивных характеристик вибрированных, центрифугированных и виброцентрифугированных бетонов .....   | 5  |
| <i>Салимов М. С., Меркурьев И. В.</i> Трёхмерная интегральная модель сухого трения для движения прямоугольного корпуса .....  | 14 |
| <i>Артемов М. А., Барановский Е. С., Верлин А. А., Сёмка Э. В.</i> Бесконечная пластина, нагруженная нормальной силой, движущейся по сложной траектории .....   | 22 |
| <i>Колесникова Г. П.</i> Обоснование использования физической модели материальной точки при исследовании кинематических характеристик автомобильного транспортного средства при косом наезде на боковые тросовые ограждения ..... | 32 |

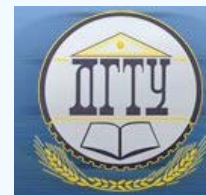
## МАШИНОСТРОЕНИЕ И МАШИНОВЕДЕНИЕ

|   |    |
|---|----|
| <i>Антибас И. Р., Дьяченко А. Г., Саед Б. И.</i> Метод обратного анализа при математическом моделировании гидродинамического балласта в буровой установке .....   | 43 |
| <i>Хиникадзе Т. А., Рыбак А. Т., Попиков П. И.</i> Моделирование гидравлической системы устройства с самоадаптацией по силовым и кинематическим параметрам на рабочем органе .....  | 55 |
| <i>Полосков С. С., Ерофеев В. А., Шолохов М. А.</i> Регулирование дугового взаимодействия между плавящимся электродом и дополнительной присадочной проволокой при наплавке (DE-GMAW) .....  | 62 |
| <i>Коледа Э. В., Киреев С. О., Корчагина М. В., Ефимов А. В., Йорг Шперлинг</i> Прочностной анализ корпуса плунжерного насоса типа TWS 600 с использованием системы автоматизированного проектирования Solid Works Simulation ..... | 71 |
| <i>Бережной С. Б., Курапов Г. В.</i> Силовой расчет цепной передачи с зубчатой цепью и эвольвентными звёздочками .....  | 82 |
| <i>Передельский В. А., Харченко В. Я., Черногоров А. Л., Тихонов С. В.</i> О выявлении трещиноподобных дефектов сварки существующими методами контроля качества .....   | 89 |

## ИНФОРМАТИКА, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА И УПРАВЛЕНИЕ

|  |     |
|--|-----|
| <i>Гурский С. С., Мозилевская Н. С.</i> О модификации декодера Bit-flipping кодов с низкой плотностью проверок на чётность .....   | 96  |
| <i>Габриэлян Д. Д., Костоготов А. А., Сафарьян О. А., Черкесова Л. В., Дворников О. В.</i> Метод оценивания длительности временного интервала с использованием одновременных измерений фазы в системе одновременно и независимо работающих генераторов ..... | 105 |

## ПАМЯТИ УЧЕНОГО



27 января 2021 года на 84-м году жизни скоропостижно скончался замечательный ученый, инженер и организатор, доктор технических наук, профессор Анатолий Андреевич Рыжкин.

Анатолий Андреевич Рыжкин — заслуженный деятель науки и техники РФ, доктор технических наук, профессор.

Анатолий Андреевич родился 21 января 1938 г. Окончил Ростовский-на-Дону институт сельскохозяйственного машиностроения в 1960 г. Вся его более чем 60-летняя трудовая деятельность связана с родным вузом.

В переходное для РИСХМа и всего российского образования время возглавил вуз — в феврале 1988 г. был избран ректором и занимал эту должность до 2007 г. Анатолий Андреевич Рыжкин внес большой вклад в преобразование отраслевого института сельхозмашиностроения в технический университет: была создана

современная база науки и учебного процесса, увеличено число специальностей, расширена аспирантура и открыта докторантура, развивались объекты социальной инфраструктуры. В результате РИСХМ превратился в региональный центр образования, науки и культуры. В 1992 году по его инициативе и под личным руководством решением Правительства Российской Федерации РИСХМ был преобразован в Донской государственный технический университет (ДГТУ).

Анатолий Андреевич Рыжкин — известный ученый в области трения и износа в условиях резания материалов. Он основал и возглавил научное направление «Физико-химические и термодинамические основы управления износостойкостью инструментальных режущих материалов». Прикладные научно-исследовательские работы А. А. Рыжкина были направлены на создание технологий упрочнения инструментальных материалов. Результаты НИОКР внедрены на различных предприятиях Ростовской области и широко используются при обучении студентов по направлению «Конструкторско-технологическое обеспечение машиностроительных производств».

А. А. Рыжкин — автор более 450 научных и методических работ. Более 50 из них изданы за рубежом на английском, немецком, польском, испанском и других языках. На протяжении многих лет профессор А. А. Рыжкин руководил аспирантурой и докторантурой, являлся председателем совета по защите докторских диссертаций при Донском государственном техническом университете. Анатолий Андреевич лично подготовил 16 кандидатов и 5 докторов технических наук.

Более 15 лет Анатолий Андреевич Рыжкин возглавлял Совет ректоров вузов Ростовской области, ставший под его руководством действенным общественно-государственным органом управления сферой образования Ростовской области.

В последние годы Анатолий Андреевич заведовал кафедрой «Металлорежущие станки и инструменты» и являлся вице-президентом Ассоциации инженерного образования России, членом проблемного Совета по машиностроению при Министерстве образования и науки РФ.

За многолетний и добросовестный труд, большой вклад в решение проблем высшего образования, масштабную научную и общественную деятельность Анатолий Андреевич Рыжкин был награжден различными государственными наградами и удостоен почетных званий. Ветеран труда, почетный профессор ДГТУ, заслуженный деятель науки и техники РФ, почетный работник высшей школы РФ. Он лауреат премий Президента РФ и Правительства РФ в области образования; обладатель ордена «За заслуги перед Отечеством IV степени», ордена Дружбы, «Знака почета», медали «За доблестный труд», ордена «За заслуги перед Ростовской областью».

# МЕХАНИКА MECHANICS



УДК 691.328

<https://doi.org/10.23947/2687-1653-2021-21-1-5-13>

## Исследования физико-механических и конструктивных характеристик вибрированных, центрифугированных и виброцентрифугированных бетонов

Л. Р. Маилян<sup>1</sup>, С. А. Стельмах<sup>1</sup>, Е. М. Щербань<sup>1</sup>, Ю. В. Жеребцов<sup>1</sup>, М. М. Аль-Тулаихи<sup>2</sup><sup>1</sup>ФГБОУ ВО «Донской государственный технический университет» (г. Ростов-на-Дону, Российская Федерация)<sup>2</sup>Министерство высшего образования и научных исследований (г. Багдад, Ирак)

**Введение.** В настоящее время остро стоит проблема получения облегченных бетонных и железобетонных изделий и конструкций с улучшенными структурой и характеристиками. Этого можно добиться центрифугированием или более совершенным способом — виброцентрифугированием. В то же время влияние центробежных и центростремительных сил инерции в данных видах технологий приводит к различиям свойств по сечению бетонных изделий и конструкций. Чтобы отразить это в расчетах, необходимо экспериментально и аналитически исследовать качественную и количественную картины таких различий в характеристиках бетонов, полученных по разным технологиям.

**Материалы и методы.** В исследовании применялись усредненные по сечению характеристики бетона — «интегральные характеристики бетона». Применяемые сырьевые материалы: портландцемент марки 500, щебень фракции 5–20, песок средний. Было изготовлено и испытано девять контрольных образцов кольцевого сечения, полученных вибрированием, центрифугированием и виброцентрифугированием. Суть методики заключалась в том, что каждый изготовленный экспериментальный контрольный образец использовался сразу в нескольких видах испытаний. Из общего кольцевого сечения каждого образца выделялось по три условных квадранта из которых выпиливались стандартные образцы малого размера. Впоследствии их испытывали на осевое сжатие, растяжение, а также растяжение при изгибе. Применялось следующее испытательное оборудование: механический пресс с электронным управлением ИПС-10 — для испытания призм на сжатие и разрывная машина Р-10 — для испытания образцов на осевое растяжение. Для измерения деформаций бетона применялись тензодатчики и индикаторы часового типа. Для получения деформативных и прочностных свойств бетона, в том числе полных диаграмм деформирования с нисходящими ветвями, применялись также осциллографы.

**Результаты исследования.** Проанализированы результаты расчета интегральных конструктивных характеристик бетонов, полученных вибрированием, центрифугированием и виброцентрифугированием. Установлено, что вследствие влияния центробежных и центростремительных сил инерции при центрифугировании и виброцентрифугировании характеристики бетона по сечению становятся различными. В ряде случаев различия эти могут быть весьма значительными. Разработаны и апробированы: новая методика оценки зависимости интегральных (усредненных по сечению) конструктивных характеристик бетона (плотность, кубиковая и призмная прочности на осевое сжатие); предельные деформации при осевом сжатии; прочность на осевое растяжение и растяжение при изгибе; предельные деформации при осевом растяжении; модуль упругости; диаграмма «напряжения  $\sigma_b$ –деформации  $\epsilon_b$ » при сжатии; диаграмма «напряжения  $\sigma_{bt}$ –деформации  $\epsilon_{bt}$ » при растяжении от технологии изготовления (вибрирование, центрифугирование, виброцентрифугирование).

**Обсуждение и заключения.** По результатам исследований сформулированы выводы о положительном эффекте предложенной технологии совместного вибрирования и центрифугирования, заключающемся в улучшении интегральных конструктивных характеристик и структуры бетона от вибрирования к центрифугированию и от центрифугирования к виброцентрифугированию.

**Ключевые слова:** вибрирование, центрифугирование виброцентрифугирование, расчет колонн, вариативная структура, интегральные характеристики бетона, предельные деформации, прочность на сжатие, модуль упругости.

**Для цитирования:** Исследования физико-механических и конструктивных характеристик вибрированных, центрифугированных и виброцентрифугированных бетонов / Л. Р. Маилян, С. А. Стельмах, Е. М. Щербань [и др.] // Advanced Engineering Research. — 2021. — Т. 21, № 1. — С. 5–13. <https://doi.org/10.23947/2687-1653-2021-21-1-5-13>

© Маилян Л. Р., Стельмах С. А., Щербань Е. М., Жеребцов Ю. В., Аль-Тулаихи М. М., 2021



## Research of physicomaterial and design characteristics of vibrated, centrifuged and vibro-centrifuged concretes

L. R. Mailyan<sup>1</sup>, S. A. Stel'makh<sup>1</sup>, E. M. Shcherban'<sup>1</sup>, Yu. V. Zhrebtsov<sup>1</sup>, M. M. Al-Tulaikhi<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Don State Technical University (Rostov-on-Don, Russian Federation)

<sup>2</sup>Ministry of Higher Education & Scientific Research (Baghdad, Iraq)

**Introduction.** Currently, the obtaining of lightweight concrete and reinforced concrete products and structures with the improved structure and characteristics is a challenge. This can be achieved through centrifugation or in a more advanced way — vibro-centrifugation. At the same time, the influence of centrifugal and centripetal forces of inertia in these types of technologies causes differences in the cross-section properties of concrete products and structures. To reflect this in the calculations, it is required to experimentally and analytically investigate the qualitative and quantitative patterns of such differences in the characteristics of concretes obtained through different technologies.

**Materials and Methods.** The study used the cross-section averaged characteristics of concrete — “integral characteristics of concrete”. The applicable raw materials included portland cement 500, crushed stone fraction 5-20, medium sand. Nine control samples of annular cross-section obtained through vibrating, centrifuging, and vibro-centrifugation were manufactured and tested. The essence of the technique was that each manufactured experimental control sample was used in several types of tests in-parallel. From the total annular section of each sample, three conditional quadrants were distinguished, from which standard samples of small size were cut out. Subsequently, they were tested for axial compression, tension, and flexural tension. The following test equipment was used: electronically controlled mechanical press IPS-10 — for compression testing of prisms, and the breaking machine R-10 — for testing samples for axial tension. Strain sensors and dial indicators were used to measure concrete deformations. Oscilloscopes were also used to obtain the deformative and strength properties of concrete, including full deformation diagrams with descending branches.

**Results.** We have analyzed the calculation results of the integral design characteristics of the concretes obtained through vibration, centrifugation and vibro-centrifugation. It is established that due to the influence of centrifugal and centripetal forces of inertia under centrifugation and vibration centrifugation, the characteristics of concrete in cross-section become different. In some cases, these differences can be very significant. We have developed and tested the following: a new method for evaluating the dependence of the integral (cross-section averaged) design characteristics of concrete (density, cubic and prismatic axial compressive strength); ultimate deformations under axial compression; axial tensile and flexural tensile strength; ultimate deformations under axial tension; elasticity modulus; diagram of “stress  $\sigma_b$ —strain  $\varepsilon_b$ ” under compression; diagram of “stress  $\sigma_{bt}$ —strain  $\varepsilon_{bt}$ ” under tension on the manufacturing technology (vibrating, centrifuging, vibration centrifugation).

**Discussion and Conclusions.** Based on the results of the research, conclusions are formulated on the positive effect of the proposed technology of joint vibrating and centrifuging. It consists in improving the integral design characteristics and structure of concrete from vibrating to centrifuging and from centrifuging to vibro-centrifuging.

**Keywords:** vibrating, centrifugation, vibro-centrifugation, column calculation, variotropic structure, integral characteristics of concrete, ultimate deformations, compressive strength, elasticity modulus.

**For citation:** L. R. Mailyan, S. A. Stel'makh, E. M. Shcherban', et al. Researches of physicomaterial and design characteristics of vibrated, centrifuged and vibro-centrifuged concretes. Advanced Engineering Research, 2021, vol. 21, no. 1. — p. 5–13. <https://doi.org/10.23947/2687-1653-2021-21-1-5-13>

**Введение.** Известно, что получить бетоны с улучшенной структурой и характеристиками, при сравнении с теми, которые получаются центрифугированием и вибрированием, можно путем виброцентрифугирования<sup>1,2,3</sup> [1–11].

Однако в немногочисленных работах по бетонным и железобетонным конструкциям кольцевого сечения исследовалось влияние вида технологии на усредненные (общие) по сечению характеристики бетона [12–15]. В то же время очевидно, что вследствие влияния центробежных и центростремительных сил инерции при центрифугировании и виброцентрифугировании характеристики бетона по сечению становятся различными [16].

В настоящей работе экспериментально и аналитически исследуются качественная и количественная картины таких различий в характеристиках бетонов, полученных по разным технологиям. Очевидно, что для расчетного учета этих различий понадобится ввести некие усредненные характеристики по сечению элементов. Введем с этой целью термин «интегральные характеристики бетона».

**Материалы и методы.** Всего произведено и испытано девять контрольных образцов кольцевого сечения, изготовленных вибрированием, центрифугированием и виброцентрифугированием. Размеры данных образцов: внешний диаметр  $D$  — 450 мм, внутренний диаметр  $d$  — 150 мм; общая высота  $H$  — 1200 мм.

Применяемое оборудование и методы испытаний описаны в [8–11].

В качестве заполнителя применялся щебень фракции 5–20, что приближает свойства получаемого бетона к свойствам мелкозернистого бетона.

В экспериментах варьировался вид технологии изготовления, что зафиксировано в обозначениях образцов: вибрирование — В, центрифугирование — Ц, виброцентрифугирование — ВЦ.

Рассматривалась задача оценки зависимости интегральных (усредненных по сечению) конструктивных характеристик бетона (плотность, прочность на осевое сжатие (кубиковая и призмная); предельные деформации при осевом сжатии; прочность на осевое растяжение и растяжение при изгибе; предельные деформации при осевом растяжении; модуль упругости; диаграмма «напряжения  $\sigma_b$ –деформации  $\varepsilon_b$ » при сжатии; диаграмма «напряжения  $\sigma_{bt}$ –деформации  $\varepsilon_{bt}$ » при растяжении) от технологии изготовления (вибрирование, центрифугирование, виброцентрифугирование).

**Результаты исследования.** Методика испытаний отличалась тем, что каждый изготовленный экспериментальный контрольный образец использовался сразу в нескольких видах испытаний. Контрольные образцы в единичном экземпляре были отобраны и испытаны на 7, 28 и 180 суток.

Из общего кольцевого сечения каждого образца выделялось по 3 условных квадранта  $A$ ,  $B$  и  $C$ , из которых выпиливались образцы малого размера. Впоследствии их испытывали на осевое сжатие, растяжение, а также растяжение при изгибе (рис. 1, 2).

Четыре образца-куба с ребром 15 см выпиливались из квадранта  $A$  для проведения испытаний на сжатие и растяжение (уровни № 1–4), одна призма (15×15×60 см) — для проведения испытаний на растяжение при изгибе (уровень № 5). Для проведения испытаний на осевое сжатие две призмы (15×15×60 см) выпиливались из квадранта  $B$  (уровни № 1–2). Далее три призмы (15×15×60 см) выпиливали из квадранта  $C$  для проведения испытаний на осевое растяжение (уровни № 1–2).

После испытания кубиков на осевое сжатие получены значения  $R_{b,cub}$ , призм на осевое сжатие — значения  $R_b$ ,  $\varepsilon_{bR}$ ,  $R_{bt}$ ,  $\varepsilon_{btR}$ ,  $E_b=E_{bt}$  и диаграммы деформирования « $\sigma_b$ – $\varepsilon_b$ », а после испытаний призм на осевое растяжение — значения  $R_{bt}$  и диаграммы деформирования « $\sigma_{bt}$ – $\varepsilon_{bt}$ » и после испытания призм на растяжение при изгибе — значения  $R_{btb}$ .

<sup>1</sup> Аксомитас, Г. А. Прочность коротких центрифугированных колонн кольцевого сечения с продольной арматурой класса Ат-V при кратковременном сжатии : дис. ... канд. техн. наук / Г. А. Аксомитас. Вильнюс : ВИСИ, 1984. 261 с.

<sup>2</sup> Петров, В. П. Технология и свойства центрифугированного бетона с комбинированным заполнителем для стоек опор контактной сети: дис. ... канд. техн. наук / В. П. Петров. Ростов-на-Дону : РИСИ, 1983. 175 с.

<sup>3</sup> Раджан Сувал. Свойства центрифугированного бетона и совершенствование проектирования центрифугированных железобетонных стоек опор ЛЭП: дис. ... канд. техн. наук / Сувал Раджан. Ростов-на-Дону : РГАС, 1997. 267 с.



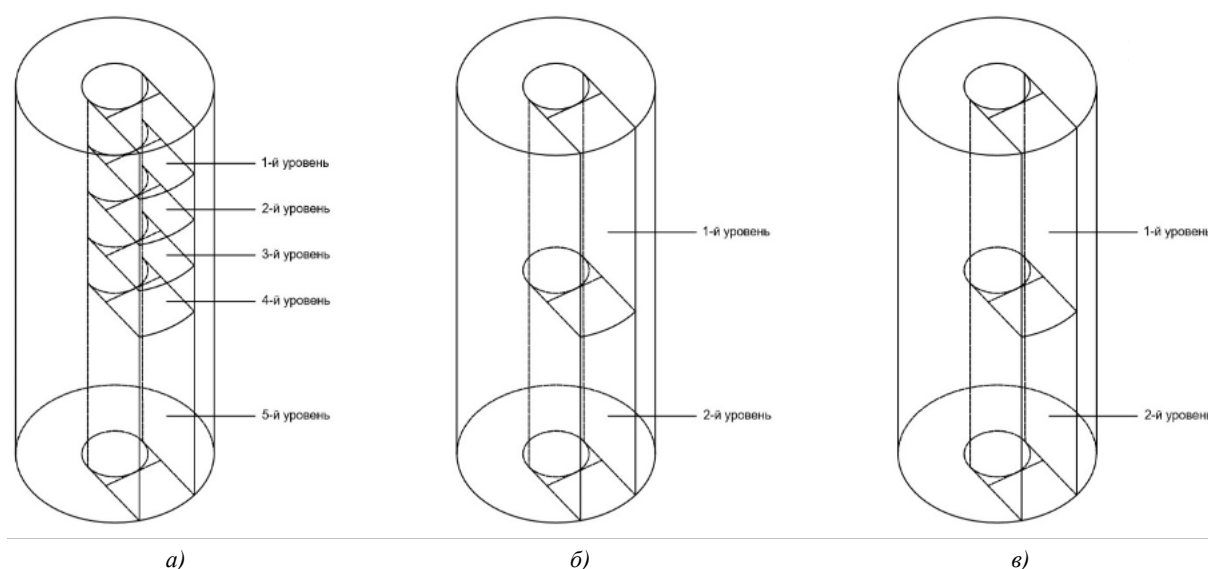


Рис. 1. Схема изготовления образцов бетона малого размера из квадрантов по высоте экспериментальных контрольных полноразмерных образцов кольцевого сечения для расчета интегральных характеристик:

*a* — квадрант *A*; *б* — квадрант *B*; *в* — квадрант *C*

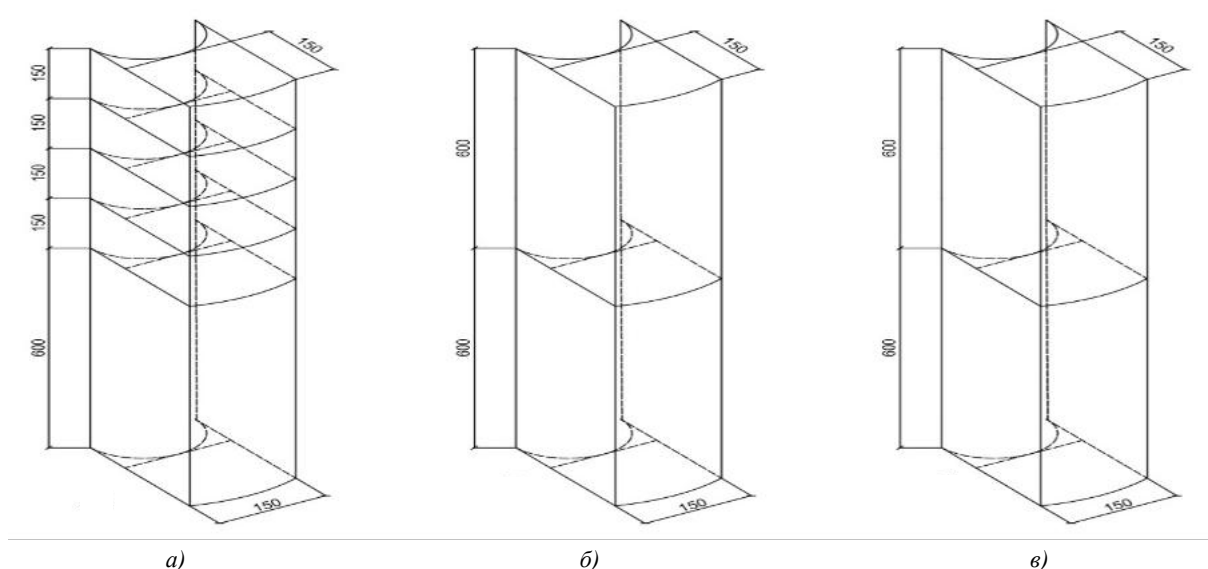


Рис. 2. Опытные образцы бетона малого размера из квадрантов *A*, *B*, *C* экспериментальных контрольных полноразмерных образцов кольцевого сечения для анализа интегральных конструктивных характеристик *a* — квадрант *A*; *б* — квадрант *B*; *в* — квадрант *C*

Использовалась методика испытаний по ГОСТ 10 180. Применялось следующее испытательное оборудование: ИПС-10 — для испытания призм на сжатие и Р-10 — для испытания образцов на осевое растяжение.

Для измерения деформаций бетона применялись тензодатчики с базой измерения 50 мм и индикаторы часового типа с ценой деления 0,001 мм.

Для получения деформативных и прочностных свойств бетона, в том числе полных диаграмм деформирования с нисходящими ветвями, эксперименты проводили, используя постоянную скорость деформирования.

С этой целью, кроме тензометрических датчиков, применялись также осциллографы.

Для испытаний с одной и той же скоростью подачи нагрузки был выбран шаг нагружения  $0,1R$ , а деформации призм повышались с шагом  $0,1\epsilon_R$  (рис. 3).

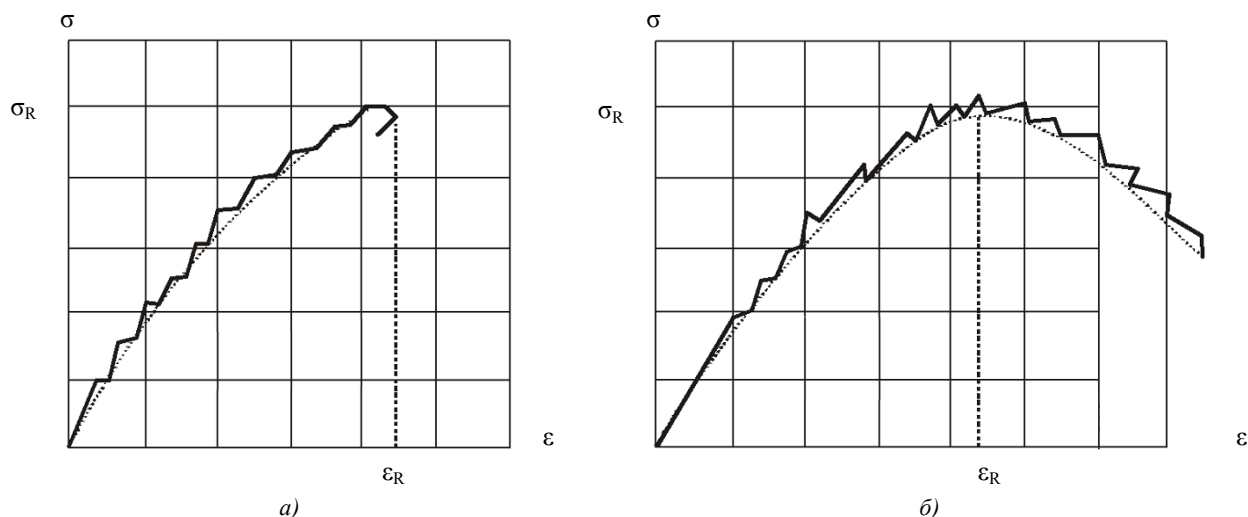


Рис. 3. Режимы испытаний опытных малоразмерных образцов:  
 а — поэтапно, с постоянной скоростью нагружения ( $\Delta\sigma = \text{const}$ );  
 б — поэтапно, с постоянной скоростью деформирования ( $\Delta\epsilon = \text{const}$ )

Заключительный режим испытаний состоял в возрастании нагрузки до максимума и последующем ее снижении в процессе увеличения деформации. Таким образом во время испытаний фиксировалась нисходящая ветвь диаграмм « $\sigma - \epsilon$ » бетона, имеющая довольно четкое очертание примерно до значения  $\sigma = 0,8R$  как при сжатии, так и при растяжении. Впоследствии зависимость приобретала весьма неустойчивый характер.

Проанализировав полученные результаты, можно сделать выводы о влиянии технологии изготовления образцов. Результаты экспериментальных исследований изменений интегральных характеристик опытных образцов бетона, в зависимости от технологии изготовления, представлены на рис. 4–10.

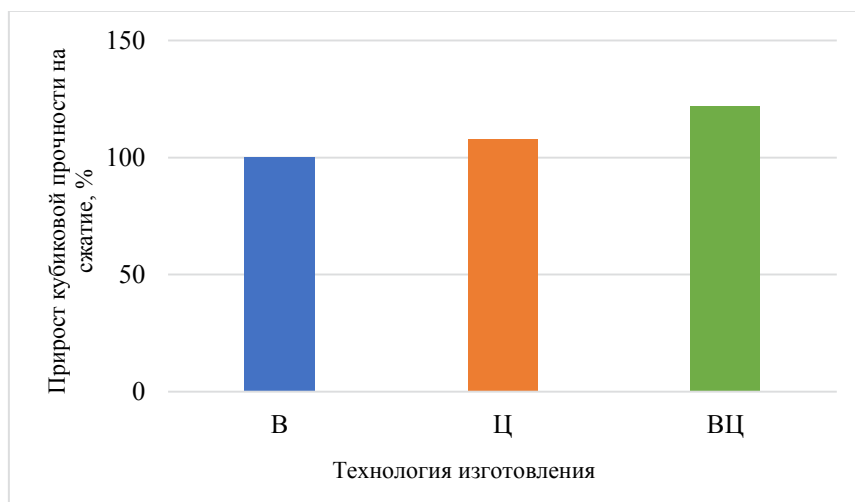


Рис. 4. Влияние технологии изготовления на прирост кубиковой прочности бетона при сжатии

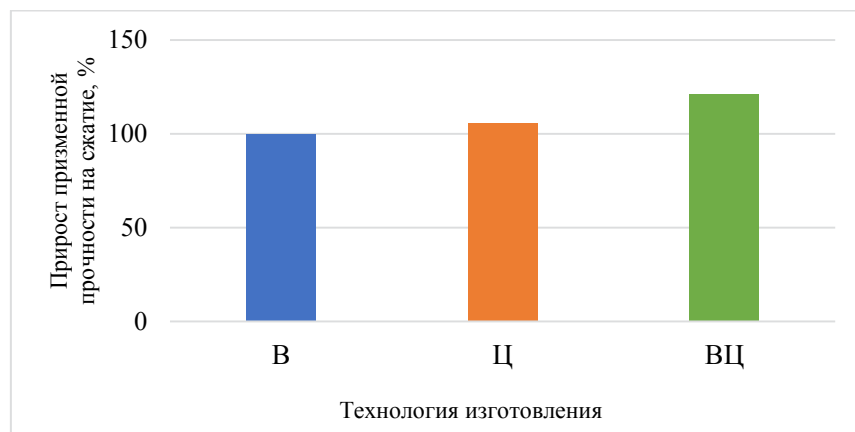


Рис. 5. Влияние технологии изготовления на прирост призмочной прочности бетона при осевом сжатии

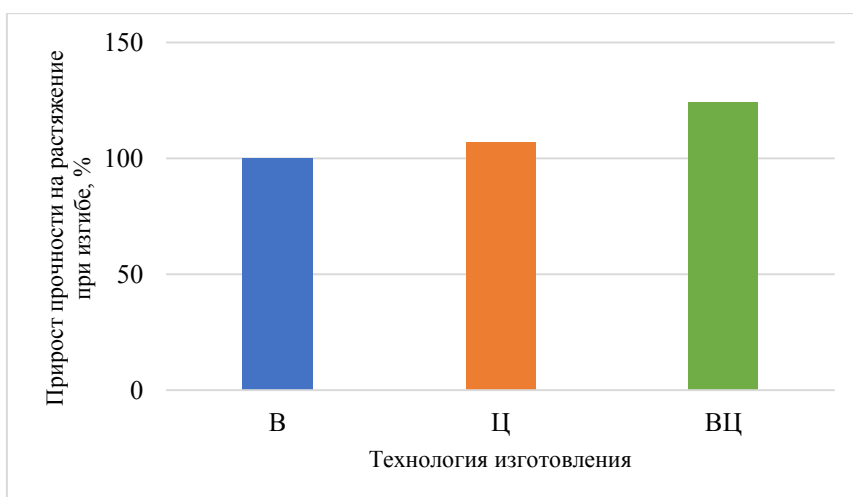


Рис. 6. Зависимость прироста прочности на растяжение при изгибе бетона от технологии изготовления

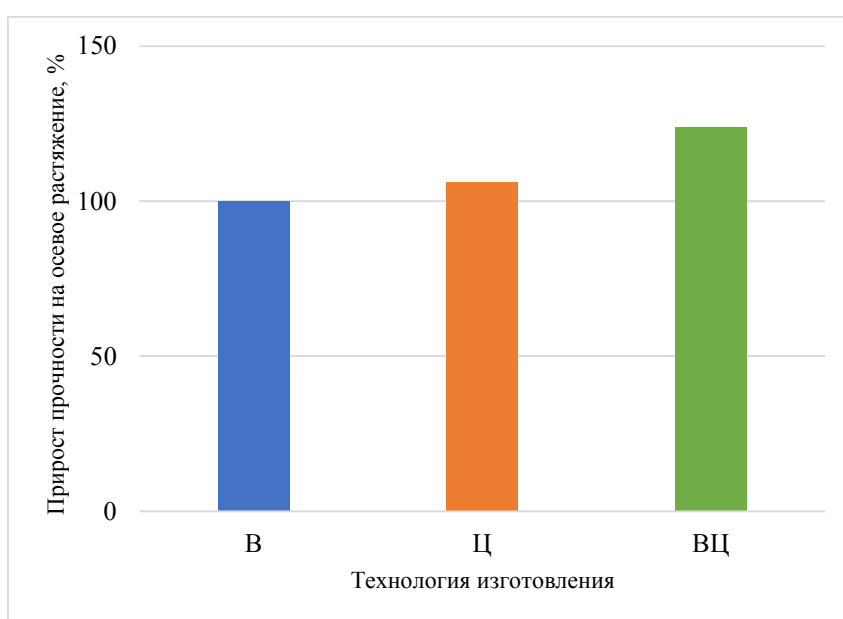


Рис. 7. Зависимость прироста прочности на осевое растяжение бетона от технологии изготовления

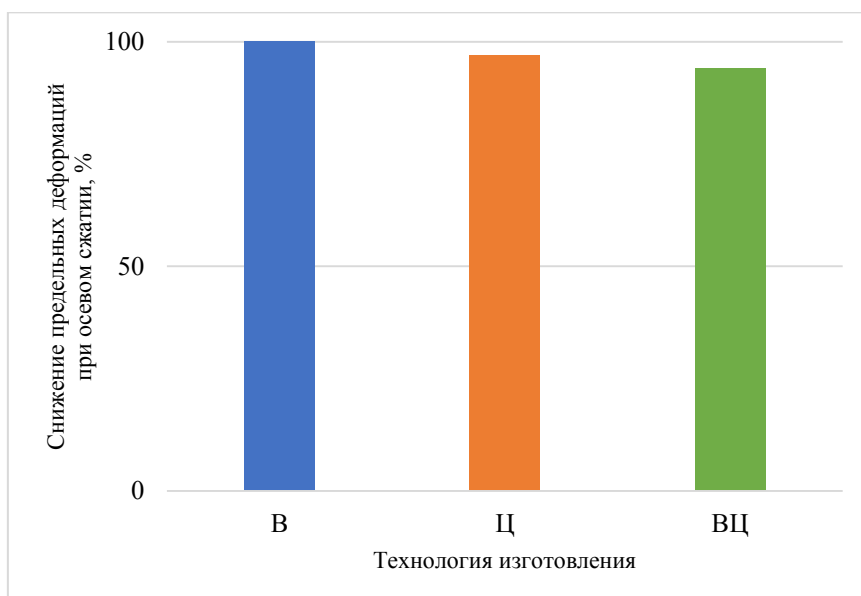


Рис. 8. Зависимость снижения предельных деформаций при осевом сжатии бетона от технологии изготовления

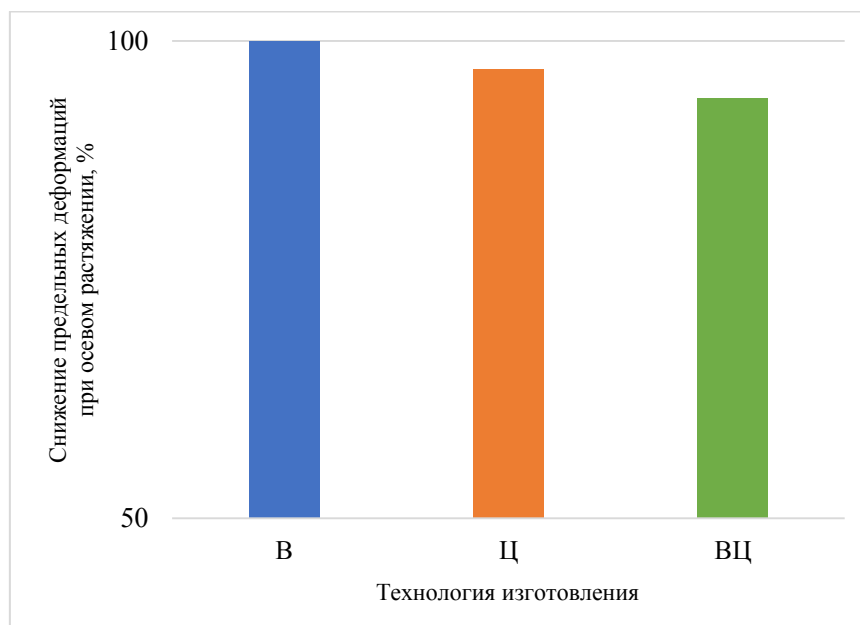


Рис. 9. Зависимость снижения предельных деформаций при осевом растяжении бетона от технологии изготовления

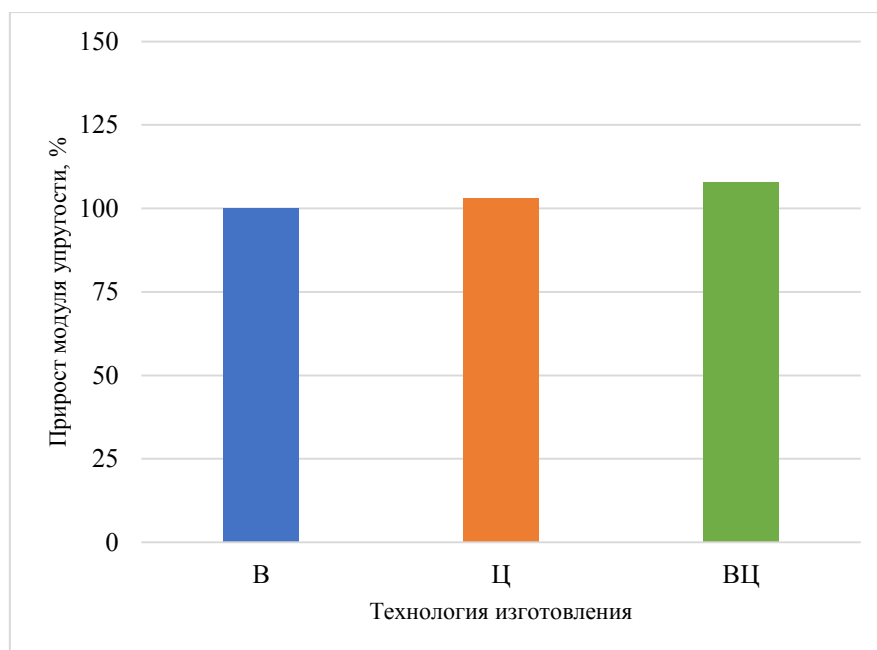


Рис. 10. Влияние технологии изготовления на прирост модуля упругости бетона

**Обсуждение и заключения.** Влияние технологии изготовления образцов на плотность во всех возрастах было минимальным (около 2 %), поэтому при расчетах показателем «плотность» можно пренебречь.

Виброцентрифугированные бетоны по показателям «прочность при сжатии» и «прочность при растяжении» продемонстрировали более высокие значения, нежели вибрированные и центрифугированные бетоны, а именно: призматическая и кубиковая прочности на сжатие — до 22,0 %, прочность на осевое растяжение и растяжение при изгибе — до 27,0 %.

Вследствие упорядочения протекающих процессов гидратации цементного камня увеличение прочностей при сжатии и растяжении бетонов с одновременным вибрированием и центрифугированием, по сравнению с центрифугированными и вибрированными образцами, с возрастом имеет место в исследуемом диапазоне возраста бетона (7 – 180 суток) и находится практически в одинаковых пределах во всех возрастах.

У виброцентрифугированных образцов происходит незначительное снижение (до 6 %) предельных деформаций при осевом сжатии и растяжении. Это соответствует максимальной прочности исследуемых бетонов.

Виброцентрифугированные бетоны, в сравнении с вибрированными и центрифугированными, продемонстрировали наименьшие предельные деформации в любом возрасте.



Показатели «модуль упругости при сжатии  $E_b$ » и «модуль упругости при растяжении  $E_{bt}$ » во всех возрастах бетона были до 8,0 % больше у виброцентрифугированных бетонов, чем у вибрированных и центрифугированных.

Увеличение прочности, с параллельным снижением предельных деформаций, являлось причиной повышения  $E_b$  и  $E_{bt}$  у бетонов с одновременным вибрированием и центрифугированием, нежели у бетонов с одним из видов уплотнения. Данный факт влиял на диаграмму «напряжения-деформации» — максимум смещался вверх и влево.

Отличия диаграмм «напряжения-деформации» при сжатии и растяжении, характерные для бетонов с одновременным центрифугированием и вибрированием, во всех возрастах следующие:

- возрастание прочности и уменьшение предельных деформаций (максимум смещается вверх и влево);
- увеличение начального модуля упругости (возрастание в начале координат угла подъема).

Во всех возрастах бетонов была характерна следующая тенденция: увеличение подъемистости восходящей ветви диаграмм, снижение нисходящей ветви у центрифугированных и виброцентрифугированных бетонов по сравнению с вибрированными.

По данному исследованию целесообразно сделать следующие заключения.

1. Исследования интегральных конструктивных характеристик при сжатии и растяжении рассмотренных видов бетонов различных технологий изготовления в возрастах 7-28 и 180 суток показали:

- характеристики бетонов улучшаются от вибрирования к центрифугированию и от центрифугирования к виброцентрифугированию;
- увеличение во всех возрастах прочностей при сжатии и при растяжении (до 23 %);
- снижение всех предельных деформаций (до 8 %);
- возрастание модулей упругости при различных видах нагружения (до 10 %).

2. Для всех интегральных диаграмм деформирования «напряжения-деформации» бетонов с одновременным вибрированием и центрифугированием свойственно:

- перемещение максимума вверх и влево;
- возрастание в начале координат угла подъема;
- увеличение подъемистости диаграммы в восходящей ветви.

3. Посредством проведенных многочисленных экспериментальных исследований установлено, что одновременное вибрирование и центрифугирование способствует получению бетонов с улучшенными структурой и характеристиками, нежели бетоны, полученные только одним видом воздействия — центрифугированием либо вибрированием.

#### Библиографический список

1. Ахвердов, И. Н. Основы физики бетона / И. Н. Ахвердов. — Москва: Стройздат, 1981. — 464 с.
2. Баташев, В. М. Исследование прочности и деформации железобетонных элементов кольцевого сечения при изгибе, сжатии и растяжении / В. М. Баташев // Труды института Энергосетьпроект. — 1975. — № 6. — С. 70–86.
3. Подольский, В. И. Железобетонные опоры контактной сети / В. И. Подольский // Конструкция, эксплуатация, диагностика. — Москва: Интекст, 2007. — 152 с.
4. Романенко, Е. Ю. Способы повышения надежности центрифугированных опор контактной сети / Е. Ю. Романенко, М. А. Трубицин // Инженерный вестник Дона: [сайт]. — 2018. № 1(48). — С. 125. — URL: <http://www.ivdon.ru/ru/magazine/archive/n1y2018/4680> (дата обращения: 12.10.2020).
5. Оптимизация параметров центрифугированных изделий кольцевого сечения на стадии уплотнения / Л. Р. Маилян, С. А. Стельмах, А. К. Халюшев [и др.] // Инженерный вестник Дона: [сайт]. — 2018. — № 3(50). — URL: <http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n3y2018/5123> (дата обращения: 12.10.2020).
6. Оптимизация технологических параметров для изготовления центрифугированных бетонных образцов кольцевого сечения / Л. Р. Маилян, С. А. Стельмах, А. К. Халюшев [и др.] // Строительство и архитектура. — 2018. — Т. 6, № 1. — С. 1–6. DOI: 10.29039/article\_5abc8c1fa5cff2.77063965
7. Mailyan, L. R. Determination and use of hidden strength reserves of centrifuged reinforced constructions by means of calculation and experimental methods / L. Mailyan, S. A. Stel'makh, E. M. Shcherban' [et al.] // Russian Journal of Building Construction and Architecture. — 2020. — No. 1(45). — P. 6–14. DOI: 10.25987/VSTU.2020.45.1.001
8. Stel'makh, S. A. Theoretical and Practical Aspects of the Formation of the Variational Structure of Centrifuged Products from Heavy Concrete / S. A. Stel'makh, E. M. Shcherban', A. I. Shuyskiy [et al.] // Materials Science Forum. — 2018. — Vol. 931. — P. 502–507. DOI: 10.4028/www.scientific.net/msf.931.502
9. Tasevski, D. Compressive strength and deformation capacity of concrete under sustained loading and low stress rates / D. Tasevski, M. F. Ruiz, A. Muttoni // Journal of Advanced Concrete Technology. — 2018. — No. 16. — P. 396–415. DOI: 10.3151/jact.16.396

10. Kim, J.-J. Effects of fiber shape and distance on the pullout behavior of steel fibers embedded in ultra-high-performance concrete / J.-J. Kim, D.-Y. Yoo // *Cement and Concrete Composites*. — 2019. — Vol. 103. — P. 213–223. DOI: 10.1016/j.cemconcomp.2019.05.006
11. Alani, A. H. Durability performance of a novel ultra-high-performance PET green concrete (UHPPGC) / A. H. Alani, N. M. Bunnori, A. T. Noaman [et al.] // *Construction and Building Materials*. — 2019. — Vol. 209. — P. 395–405. DOI: 10.1016/j.conbuildmat.2019.03.088
12. Ferrotto, M. F. Analysis-oriented stress–strain model of CRFP-confined circular concrete columns with applied preload / M. F. Ferrotto, O. Fischer, L. Cavalrti // *Materials and Structures*. — 2018. — Vol. 51. — Art. 44. Available from: <https://link.springer.com/article/10.1617%2Fs11527-018-1169-0> (accessed: 12.10.2020).
13. Kirthika, S. K. Durability studies on recycled fine aggregate concrete / S.K. Kirthika, S.K. Singh // *Construction and Building Materials*. — 2020. — Vol. 250. — Art. 118850. Available from: <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2020.118850> (accessed: 12.10.2020).
14. Maruyama, I. Properties of early-age concrete relevant to cracking in massive concrete / I. Maruyama, P. Lura // *Cement and Concrete Research*. — 2019. — Vol. 123. — Art. 105770. Available from: <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0008884619303643?via%3Dihub> (accessed : 12.10.2020).
15. Яновская, А. В. Повышение эксплуатационных характеристик бетона свайных фундаментов за счет рецептурно-технологических приемов / А. В. Яновская, Е. М. Щербань, С. А. Стельмах // *Молодой исследователь Дона*. — 2020. — № 3(24). — С. 110–115.
16. Карнуб, А. Исследование и моделирование многослойного композитного материала с применением базальтовой ткани / А. Карнуб, Д. Б. Нежижиков, К. С. Ширинян // *Вестник Донского государственного технического университета*. — 2020. — Т. 20, № 1. — С. 5–14. DOI : <https://doi.org/10.23947/1992-5980-2020-20-1-5-14>

Сдана в редакцию 30.11.2020

Запланирована в номер 08.02.2021

*Об авторах:*

**Маилян Левон Рафаэлович**, профессор кафедры «Автомобильные дороги», ФГБОУ ВО «Донской государственный технический университет» (344003, РФ, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1), доктор технических наук, профессор, ScopusID: [57192662909](https://orcid.org/0000-0003-0162-2699), ResearcherID: [AAO-9095-2020](https://orcid.org/0000-0003-0162-2699), ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-0162-2699>, [lrn@aanet.ru](mailto:lrn@aanet.ru)

**Стельмах Сергей Анатольевич**, доцент кафедры «Инженерная геология, основания и фундаменты», ФГБОУ ВО «Донской государственный технический университет» (344003, РФ, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1), кандидат технических наук, доцент, ScopusID: [57197736878](https://orcid.org/0000-0002-0364-5504), ResearcherID: [AAG-6076-2020](https://orcid.org/0000-0002-0364-5504), ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-0364-5504>, [sergej.stelmax@mail.ru](mailto:sergej.stelmax@mail.ru)

**Щербань Евгений Михайлович**, доцент кафедры «Инженерная геология, основания и фундаменты», ФГБОУ ВО «Донской государственный технический университет» (344003, РФ, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1), кандидат технических наук, доцент, ScopusID: [57197730793](https://orcid.org/0000-0001-5376-247X), ResearcherID: [AAG-6070-2020](https://orcid.org/0000-0001-5376-247X), ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-5376-247X>, [au-geen@mail.ru](mailto:au-geen@mail.ru)

**Жеребцов Юрий Владимирович**, магистрант кафедры «Технологический инжиниринг и экспертиза в стройиндустрии», ФГБОУ ВО «Донской государственный технический университет» (344003, РФ, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1), ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-6162-0049>, [yuri.zherebtsov@gmail.com](mailto:yuri.zherebtsov@gmail.com)

**Аль-Тулаихи Мустафа Мохаммед отман**, магистр техники и технологии по направлению «Строительство», Министерство высшего образования и научных исследований (Mohatextradeltd, Ministry of Higher Education & Scientific Research, Baghdad, Iraq. 00964, Al-Mustansyriah, Ирак), ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-7261-4560>, [engmustafa95@yandex.ru](mailto:engmustafa95@yandex.ru)

*Заявленный вклад соавторов:*

Л. Р. Маилян — формирование основной концепции, одобрение окончательной версии статьи перед ее подачей на публикацию; С. А. Стельмах — проведение расчетов, подготовка текста, формирование выводов; Е. М. Щербань — сбор, анализ и интерпретация материала для статьи; Ю. В. Жеребцов — построение графиков и таблиц для статьи; М. М. Аль-Тулаихи — перевод аннотации и ключевых слов на английский язык, обзор иностранных источников литературы.

*Все авторы прочитали и одобрили окончательный вариант рукописи.*

# МЕХАНИКА MECHANICS



УДК 531.36

<https://doi.org/10.23947/2687-1653-2021-21-1-14-21>

## Трехмерная интегральная модель сухого трения для движения прямоугольного корпуса



**М. С. Салимов, И. В. Меркурьев**

ФГБОУ ВО «Национальный исследовательский университет «МЭИ» (г. Москва, Российская Федерация)

*Введение.* Исследуется трехмерная модель сухого трения при взаимодействии прямоугольного тела и горизонтальной шероховатой поверхности. Предполагается, что отрыв корпуса от горизонтальной поверхности отсутствует. Движение тела происходит в условиях комбинированной динамики, когда помимо продольного движения тело участвует в верчении.

*Материалы и методы.* Предложены дробно-линейные аппроксимации Паде, которые заменили громоздкие аналитические выражения, наиболее точно описывающие движение тел по шероховатым поверхностям. Предложены новые математические модели, описывающие скольжение и верчение тел с прямоугольным основанием.

*Результаты исследования.* Разработаны и научно обоснованы аналитические выражения главного вектора и момента сил трения для прямоугольных площадок контакта. Разработана модель трения, которая учитывает взаимосвязь между скоростями скольжения и верчения, позволяющая находить решения для зависимостей Паде. После численного решения уравнений движений, получены и построены зависимости скорости скольжения и угловой скорости от времени. Построены графики зависимостей сил трения и их момента от угловой скорости и скорости проскальзывания, которые позволили сравнить интегральную и нормированную модели трения. Результаты сравнения показали хорошее соответствие интегральной модели и модели на основе аппроксимаций Паде.

*Обсуждение и заключения.* Полученные результаты позволяют учесть динамическую связь компонентов, которая определяет силовое взаимодействие прямоугольного корпуса и горизонтальной поверхности. Эти результаты могут быть использованы в мобильной робототехнической сфере. Анализируемое движение корпуса происходит за счет управления движением материальной точки внутри корпуса. Такие мобильные роботы могут использоваться при решении широкого класса задач: при создании автономных роботов для исследования космического пространства и планет; при диагностике и лечении в части прохождения по сложным структурам вен и артерий; при исследованиях под водой, в местах больших перепадов температур; при подземных работах.

**Ключевые слова:** сухое трение, прямоугольное тело, твердое тело, динамика, скольжение, верчение, сила трения, аппроксимации Паде.

**Для цитирования:** Салимов, М. С. Трехмерная интегральная модель сухого трения для движения прямоугольного корпуса / М. С. Салимов, И. В. Меркурьев // Advanced Engineering Research. — 2021. — Т. 21, № 1. — С. 14–21. <https://doi.org/10.23947/2687-1653-2021-21-1-14-21>

© Салимов М. С., Меркурьев И. В., 2021



## Three-dimensional integral dry friction model for the motion of a rectangular body

**M. S. Salimov, I. V. Merkuriev**

National Research University "MPEI" (Moscow, Russian Federation)

*Introduction.* A three-dimensional dry friction model in the interaction of a rectangular body and a horizontal rough surface is considered. It is assumed that there is no separation of the body from the horizontal surface. The body motion occurs under the conditions of combined dynamics when, in addition to the longitudinal movement, the body participates in twisting.

*Materials and Methods.* Linear fractional Pade approximations are proposed, which replaced the cumbersome analytical expressions that most accurately describe the motion of bodies on rough surfaces. New mathematical models describing sliding and twisting of bodies with a rectangular base are proposed.

*Results.* Analytical expressions of the principal vector and moment of friction for rectangular contact areas are developed and scientifically established. A friction model that takes into account the relationship between sliding and twisting speeds, which provides finding solutions for Pade dependences, is developed. After numerical solution to the equations of motion, the dependences of the sliding speed and angular velocity on time were obtained and constructed. Graphs of the dependences of the friction forces and their moment on two parameters (angular velocity and slip velocity) were constructed, which enabled to compare the integral and normalized models of friction. The comparison results showed good agreement of the integral model and the model based on Pade approximations.

*Discussion and Conclusions.* The results obtained provide considering the dynamic coupling of components, which determines the force interaction of a rectangular body and a horizontal surface. These results can be used in mobile robotics. The analyzed motion of the body occurs through the motion control of a material point inside the body. Such mobile robots can be used when solving a wide class of problems: when creating autonomous robots for the exploration of outer space and planets; in the diagnosis and treatment in case of passing through complex structures of veins and arteries; in research under water, in places of large differential temperature; in underground operations.

**Keywords:** dry friction, rectangular body, solid body, dynamics, sliding, twisting, friction force, Pade approximations.

**For citation:** M. S. Salimov, I. V. Merkuriev. Three-dimensional integral dry friction model for the motion of a rectangular body. *Advanced Engineering Research*, 2021, vol. 21, no. 1. — p. 14–21. <https://doi.org/10.23947/2687-1653-2021-21-1-14-21>

**Введение.** Исследование движения прямоугольного корпуса является актуальной задачей в мобильной робототехнической сфере [1]. Это движение происходит за счет управления материальной точкой внутри корпуса. Такие мобильные роботы могут использоваться при решении задач широкого класса. Например, при создании автономных роботов для исследования космического пространства и планет. В медицинских целях для диагностики и лечения, например, при прохождении по сложным структурам вен и артерий. А также при подземных работах и проведении исследований в тяжелых условиях, например, под водой и в местах больших перепадов температур [1, 2].

Таким образом, всё новые задачи ставятся перед робототехникой, для решения которых требуются теоретические исследования, в т. ч. исследование моделей трения между корпусом и поверхностью в условиях комбинированной динамики [3, 4]. Так как движение мобильного робота происходит в разных направлениях, необходимо учитывать продольное движение и верчение. Таким образом, в структуре модели трения нужно обеспечить взаимосвязь между скоростями скольжения и верчения [5]. Важное развитие в описании данной взаимосвязи было сделано в работе [6]. Её автору удалось разрешить уравнения для главного момента и вектора сил трения, где в качестве площадки контакта рассматривался прямоугольник. Такие аналитические выражения позволяют наиболее точно описывать движение тел по шероховатым поверхностям, но они являются громоздкими и сложными, так как содержат в себе интегральные выражения. Поэтому авторы работы [7] построили дробно-линейные аппроксимации Паде, которые позволили находить решения для получаемых зависимостей.

С помощью аппроксимации Паде можно объяснять действия комбинированного сухого трения для линейных и угловых скоростей. На основе приближений Паде появилась возможность создавать новые модели трения [8, 9], которые впоследствии начали классифицировать для лучшей интерпретации [10]. Классификация происходит в зависимости от числа параметров. Так, в работе [11] авторы ввели понятия размерности и порядка модели сухого трения в зависимости от порядка используемых Паде-аппроксимаций.

Модель трения скольжения и верчения, которая предлагается в статье [12] дает возможность учитывать динамическую связь компонентов, которые определяют силовое взаимодействие прямоугольного корпуса и горизонтальной поверхности [13].

**Постановка задачи.** Рассматривается твердое тело массой  $m_0$ , которое представляет собой прямоугольный корпус с однородными гранями длиной  $a$ , шириной  $b$  и высотой  $2h$ . Вводится неподвижная система координат  $Oxyz$ , связанная с корпусом (рис 1). Точка  $O$  находится на горизонтальной плоскости. Система  $O_1x_1y_1z_1$  имеет начало в точке  $O_1$ , которая соответствует геометрическому центру корпуса. Ось  $O_1z_1$



параллельна оси  $Oz$ . Ось  $O_1x_1$  параллельна длинному ребру корпуса. Введем единичные векторы  $e_x, e_y$  осей  $O_1y_1$  и  $O_1x_1$  соответственно.

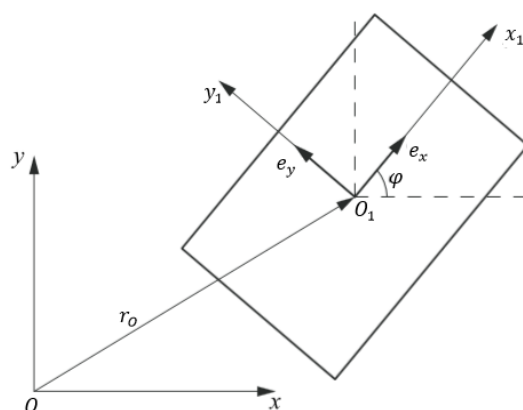


Рис. 1. Системы координат

Рассмотрим безотрывное движение корпуса по поверхности (рис. 2), которое состоит из поступательного перемещения и вращения относительно оси  $O_1z_1$ . Три координаты определяют положение корпуса. Координаты  $x_0, y_0$  и  $h$  задают начало системы координат  $O_1x_1y_1z_1$  в координатах  $Oxyz$ . Поворот корпуса относительно его исходного положения по оси  $O_1x_1$  задается углом  $\varphi$ . В настоящей статье рассматривается случай, когда центр масс корпуса  $G$  и центр масс системы  $O_1$  совпадают (рис. 2) [14].

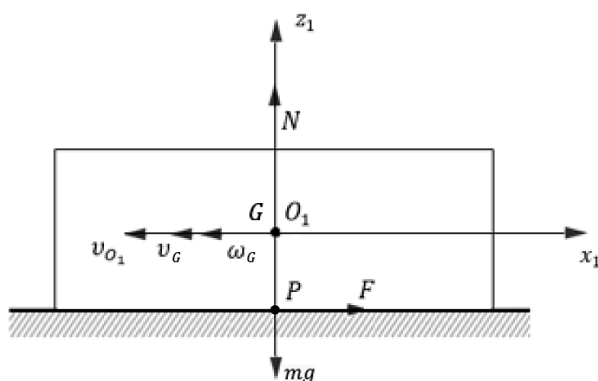


Рис. 2. Движение корпуса системы

**Материалы и методы.** Область контакта представляет собой прямоугольник со сторонами  $a$  и  $b$ , в котором нормальное напряжение зависит от расстояния от точки  $P$  до граней прямоугольника (рис. 3).

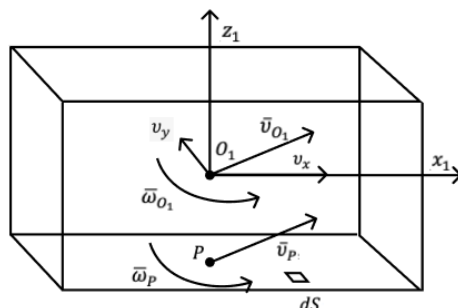


Рис. 3. Скорости точек  $O_1$  и  $P$

Рассмотрим бесконечно малую площадь  $dS$  в произвольно выбранной точке  $M$  на поверхности контакта. Введем угол  $\varphi$  между относительной скоростью скольжения и осью  $O_1x_1$ . Проведем радиус-вектор  $\vec{r}_{MP}$  из точки  $P$  к точке  $M$ . Вектор скорости точки  $M$  обозначим  $v_M$ , для его нахождения используем формулу Эйлера, описывающую распределение скоростей в абсолютно твердом теле:

$$\mathbf{v}_M = \mathbf{v}_P + \omega \cdot \vec{r}_{MP}.$$

Скорость скольжения в точке  $M$  раскладывается на две составляющие вдоль осей  $O_1x_1$  и  $O_1y_1$ :

$$v_{Mx} = v_x - y\omega;$$

$$v_{My} = v_y + x\omega.$$

Используя закон Кулона, найдем малое приращение силы трения, направленной против относительной скорости в точке  $M$  [15]:

$$d\vec{F} = -f\sigma(x, y) \frac{\mathbf{v}_M}{|\mathbf{v}_M|} dS,$$

где  $f$  — коэффициент трения;  $\sigma(x, y)$  — функция распределения контактных напряжений, зависящая от координат  $x$  и  $y$ ;  $dS = dxdy$  — малое приращение площади [15].

Перепишем дифференциал силы трения и момент этой силы в проекциях на рассматриваемые оси:

$$dF_x = -f\sigma(x, y) \frac{v_{Mx}}{|\mathbf{v}_M|} dxdy;$$

$$dF_y = -f\sigma(x, y) \frac{v_{My}}{|\mathbf{v}_M|} dxdy;$$

$$dM_z = \begin{bmatrix} i & j & k \\ x & y & 0 \\ dF_x & dF_y & 0 \end{bmatrix} = x dF_y - y dF_x.$$

В качестве частного случая рассмотрим равномерное распределение напряжения при отсутствии внутренних масс в корпусе, тогда эти напряжения будут равны:  $\sigma = \frac{m_0 g}{ab}$ , но далее запись продолжим в общем виде:  $\sigma(x, y)$ .

Проинтегрировав выражения для сил трения, получим:

$$F_x = -f \int_{-a/2}^{a/2} \int_{-b/2}^{b/2} \sigma(x, y) \frac{v_x - y\omega}{|\mathbf{v}_M|} dxdy; \quad (1)$$

$$F_y = -f \int_{-a/2}^{a/2} \int_{-b/2}^{b/2} \sigma(x, y) \frac{v_y + x\omega}{|\mathbf{v}_M|} dxdy. \quad (2)$$

Модуль относительного скольжения  $|\mathbf{v}_M|$  вычисляется по формуле:

$$|\mathbf{v}_M| = \sqrt{v_{Mx}^2 + v_{My}^2} = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + \omega^2(x^2 + y^2) + 2\omega(v_y x - v_x y)}. \quad (3)$$

Представим взаиморасположение векторов переменной скорости скольжения  $\mathbf{v}$  и составляющих силы трения:  $F_{\parallel}$  — составляющая, направленная в противоположном направлении относительно скорости скольжения  $\mathbf{v}$ ;  $F_{\perp}$  — составляющая, перпендикулярная мгновенной скорости проскальзывания. Одновременно представим координацию этой системы относительно осей  $O_1x_1$  и  $O_1y_1$  (рис. 4).

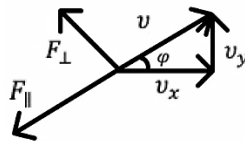


Рис. 4. Составляющие силы трения и скорости

Осуществим переход от проекций скорости скольжения:

$$\begin{cases} v_x = v \cos \varphi, \\ v_y = v \sin \varphi, \end{cases} \quad (4)$$

к модулю скорости и углу скольжения:

$$\begin{cases} F_{\parallel} = F_x \cos \varphi + F_y \sin \varphi, \\ F_{\perp} = F_x (-\sin \varphi) + F_y \cos \varphi. \end{cases} \quad (5)$$

Проинтегрируем момент силы трения на площадке контакта:

$$M_z = -f \int_{-a/2}^{a/2} \int_{-b/2}^{b/2} \sigma(x, y) \frac{v(x \sin \varphi - y \cos \varphi) + \omega(x^2 + y^2)}{\sqrt{v^2 + \omega^2(x^2 + y^2) + 2\omega v(x \sin \varphi - y \cos \varphi)}} dxdy.$$

Подставим в систему (5) выражения (1)–(3), а также перепишем выражение для момента силы. В результате получим трехмерную модель трения скольжения и вращения:

$$F_{\parallel} = -f \int_{-a/2}^{a/2} \int_{-b/2}^{b/2} \sigma(x, y) \cdot \frac{v(\cos^2 \varphi + \sin^2 \varphi) - \omega(y \cos \varphi + x \sin \varphi)}{\sqrt{v^2 + \omega^2(x^2 + y^2) + 2\omega v(x \sin \varphi - y \cos \varphi)}} dxdy; \quad (6)$$

$$F_{\perp} = -f \int_{-a/2}^{a/2} \int_{-b/2}^{b/2} \sigma(x, y) \cdot \frac{\omega(y \sin \varphi + x \cos \varphi)}{\sqrt{v^2 + \omega^2(x^2 + y^2) + 2\omega v(x \sin \varphi - y \cos \varphi)}} dx dy; \quad (7)$$

$$M_z = -f \int_{-a/2}^{a/2} \int_{-b/2}^{b/2} \sigma(x, y) \cdot \frac{v(x \sin \varphi - y \cos \varphi) + \omega(x^2 + y^2)}{\sqrt{v^2 + \omega^2(x^2 + y^2) + 2\omega v(x \sin \varphi - y \cos \varphi)}} dx dy. \quad (8)$$

Для того, чтобы не решать громоздкие интегралы, используют замену соответствующими разложениями Паде [16, 17]. Таким образом, исходя из теории Паде [18], эти выражения могут формулироваться как отношение двух функций нескольких переменных во всей области определения при условии, что функции должны иметь одинаковый порядок [7]. Для определения этих функций необходимо определить поведение интегральных выражений (6)–(8) при следующих условиях:

$$\left. \frac{\partial F_{\parallel}}{\partial v} \right|_{v=0} = -\frac{f}{\omega} \int_{-a/2}^{a/2} \int_{-b/2}^{b/2} \sigma(x, y) \cdot \frac{\sqrt{x^2 + y^2}(x^2 + y^2) + (y \cos \varphi + x \sin \varphi)(x \sin \varphi - y \cos \varphi)}{(x^2 + y^2)^2} dx dy = -\frac{f}{\omega} I_0;$$

$$\left. \frac{\partial M_z}{\partial v} \right|_{v=0} = -\frac{f}{\omega} \int_{-a/2}^{a/2} \int_{-b/2}^{b/2} \sigma(x, y) \cdot \frac{(2y^2 x \sin \varphi - 2y^3 \cos \varphi)}{(x^2 + y^2)^2} dx dy = -\frac{f}{\omega} I_3;$$

$$M_z|_{\omega \rightarrow \infty} = -f \int_{-a/2}^{a/2} \int_{-b/2}^{b/2} \sigma(x, y) \cdot \frac{x^2 - y^2}{\sqrt{x^2 + y^2}} dx dy = -f I_6;$$

$$F_{\perp}|_{\omega \rightarrow \infty} = -f \int_{-a/2}^{a/2} \int_{-b/2}^{b/2} \sigma(x, y) \cdot \frac{y \sin \varphi + x \cos \varphi}{\sqrt{x^2 + y^2}} dx dy = f I_9;$$

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial F_{\parallel}}{\partial v} \right|_{v=0} &= \left. \frac{\partial F_{\parallel}}{\partial \omega} \right|_{\omega=0} = \left. \frac{\partial F_{\parallel}}{\partial \omega} \right|_{\omega=0} = F_{\parallel}|_{\omega \rightarrow \infty} = \left. \frac{\partial F_{\perp}}{\partial v} \right|_{v=0} = \left. \frac{\partial F_{\perp}}{\partial \omega} \right|_{\omega=0} = \\ &= F_{\perp}|_{v \rightarrow \infty} = \left. \frac{\partial F_{\perp}}{\partial \omega} \right|_{\omega=0} = \left. \frac{\partial M_z}{\partial v} \right|_{v=0} = \left. \frac{\partial M_z}{\partial \omega} \right|_{\omega=0} = M_z|_{v \rightarrow \infty} = 0. \end{aligned}$$

Значения выражений  $\left. \frac{\partial F_{\perp}}{\partial v} \right|_{v=0}$  и  $\left. \frac{\partial M_z}{\partial \omega} \right|_{\omega=0}$  не участвуют в нахождении последующих аппроксимаций Паде, поэтому их написание опущено в силу громоздкости. Тождественное равенство нулю реализуется при условии, когда напряжение  $\sigma$  симметрично относительно центра прямоугольного пятна контакта, т. е. точки  $P$ .

Точная трехмерная интегральная модель [13] (6)–(8) дает логичное описание явлений сухого трения, однако для решения задач динамики такая модель является сложно-приемлемой в силу необходимости вычисления вшестистепенных интегралов [10]. Во избежание этой процедуры используется [6] замена точной интегральной системы на соответствующие выражения с помощью аппроксимаций Паде во всей области изменения переменных. Дробно-линейные разложения Паде дают трехмерную модель трения скольжения и вращения первого порядка [19]:

$$F_{\parallel} = F_0 \frac{v + b_1 \omega}{v + d_1 \omega}, \quad (9)$$

$$M_z = M_0 \frac{\omega + b_2 v}{\omega + d_2 v}, \quad (10)$$

$$F_{\perp} = F_0 \frac{\omega + b_3 v}{\omega + d_3 v}. \quad (11)$$

Для определения коэффициентов Паде необходимо изучить свойства этой модели в граничных точках по аналогии с интегральными выражениями. Для этого продифференцируем параметры  $F_{\parallel}$ ,  $F_{\perp}$ ,  $M_z$  и тем самым удовлетворим соответствующим интегральным выражениям:

$$\begin{cases} F_{\parallel} = -f I_1 \frac{v}{v + \frac{I_0}{I_1} \omega} \\ M_z = -f I_6 \frac{\omega}{\omega + \frac{I_3}{I_6} v} \\ F_{\perp} = -f I_9 \frac{\omega}{\omega + \frac{I_3}{I_9} v} \end{cases}.$$

Система уравнений движения имеет вид:

$$\begin{aligned} J \frac{d\omega_{O_1}}{dt} &= M_z; \\ (m_0 + m_1) \frac{dv_x}{dt} &= F_x + (m_0 + m_1) v_y \omega_{O_1}; \\ (m_0 + m_1) \frac{dv_y}{dt} &= F_y - (m_0 + m_1) v_x \omega_{O_1}. \end{aligned} \quad (12)$$

Выразим производные по времени от скорости скольжения и угловой скорости с помощью формул (3)–(5):

$$\begin{aligned}\frac{dv}{dt} &= \frac{1}{2\sqrt{v_x^2 + v_y^2}} \left( 2v_x \frac{dv_x}{dt} + 2v_y \frac{dv_y}{dt} \right); \\ \frac{d\varphi}{dt} &= \frac{1}{m_0 + m_1} \left( -\frac{v \sin \varphi}{v^2} F_x + \frac{v \cos \varphi}{v^2} F_y \right).\end{aligned}$$

Перепишем эти уравнения с помощью формул (3)–(5) при  $\omega_{O_1} = \omega/a$  и добавим первое уравнение из системы (12):

$$\begin{aligned}J \frac{d\omega}{dt} &= M_z a; \\ (m_0 + m_1) \frac{dv}{dt} &= F_{\parallel}; \\ (m_0 + m_1) v \dot{\varphi} &= F_{\perp}.\end{aligned}\quad (13)$$

**Результаты исследования.** Далее вычислим интегральные выражения параметров  $I_0, I_1, I_3, I_6, I_9$  с помощью программного комплекса Wolfram Mathematica при следующих значениях:

$$f = 1; a = 0,5 \text{ м}; b = 0,2 \text{ м}; m_0 = 1 \text{ кг}, \quad \sigma = \frac{m_0 g}{ab} = 87 \text{ кг/с}^2 \text{ м}$$

и подставим в систему уравнений (13). На основе численных выражений построим графики интегральных и нормированных функций, зависящих от параметра  $k = v/\omega$ . На рис. 5 приведены графики функций интегральных моделей трения (11)–(13), а также моделей на основе аппроксимаций Паде (14)–(16).

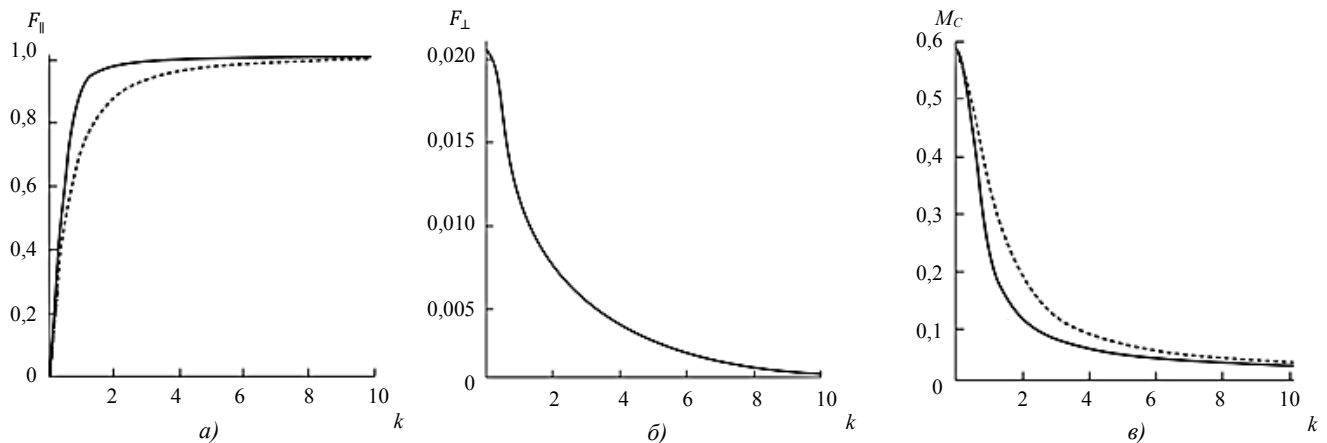


Рис. 5. Графики интегральных (сплошные линии) и нормированных (пунктирные линии) функций касательной (а), нормальной (б) составляющих силы трения и момента трения (в)

Исходя из графиков функций (рис. 5), можно говорить о хорошем соответствии рассмотренных моделей. Далее получим графики зависимостей характерных параметров от времени (рис. 6).

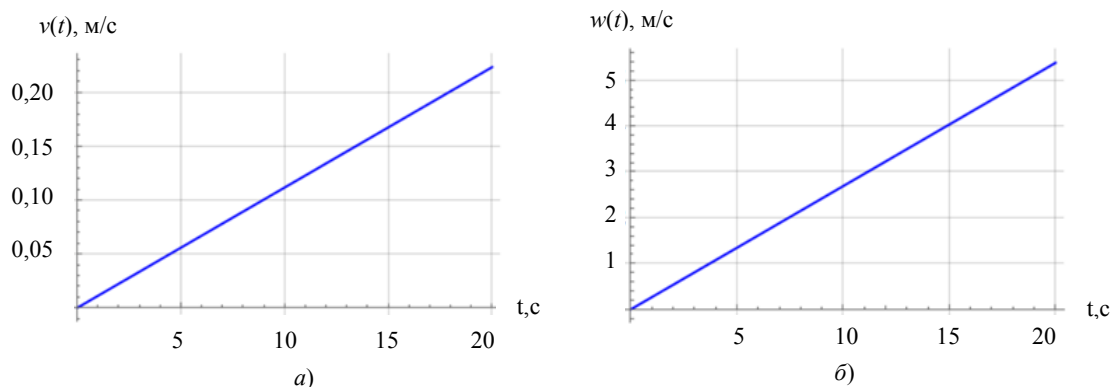


Рис. 6. Зависимости скорости скольжения  $v$  (а) и угловой скорости  $w$  (б) от времени  $t$

**Обсуждение и заключения.** Выполнено описание движения мобильного робота, начиная с контакта его корпуса и опорной плоскости, в условиях комбинированной динамики, когда присутствует скольжение и верчение. Получены аналитические интегральные выражения для касательной и нормальной составляющих силы трения [19] и момента трения применительно к прямоугольной площадке контакта. Для полученных выражений определены соответствующие аппроксимации Паде. Проведено сравнение интегральной и



нормированной моделей посредством построения графиков зависимостей сил трения и момента трения от угловой скорости и скорости проскальзывания. Результаты сравнения показали хорошее соответствие интегральной модели и модели на основе разложений Паде. Графики соответствуют логичному поведению при движении прямоугольного корпуса, т. к. скорость скольжения и угловая скорость увеличиваются соответственно заданным параметрам. Следовательно, комбинированная модель трения, реализованная с помощью аппроксимаций Паде, может быть применена для решения задач, связанных с мобильными подвижными роботами с прямоугольным основанием.

#### Библиографический список

1. Салимов, М. С. Движение тела на вибрирующей поверхности в случае сухого трения / М. С. Салимов, Н. С. Рамзин // Проблемы машиностроения и автоматизации. — 2019. — № 4. — С 100–104.
2. Munitsyn, L. V. Vibrations of a Rigid Body with Cylindrical Surface on a Vibrating Foundation / L. V. Munitsyn // Mech. Solids. — 2017. — Vol. 52, no. 6. — P. 675–685.
3. Voldrich, J. Modelling of the three-dimensional friction contact of vibrating elastic bodies with rough surfaces / J. Voldrich // Appl. Comput. Mech. — 2009. — Vol. 3, no. 1. — P. 241–252.
4. Chowdhury, M. A. Sliding friction of steel combinations / M. A. Chowdhury [et al.] // Open Mech. Eng. J. — 2014. — Vol. 8, no. 1. — P. 364–369.
5. Martinovs, A., Gonca, V. Descriptive model of sliding friction processes / A. Martinovs, V. Gonca // Vide. Tehnologija. Resursi. — Environment. Technology. Resources. — 2009. — Vol. 2. — P. 227–233.
6. Журавлёв, В. Ф. О модели сухого трения в задаче качения твердых тел / В. Ф. Журавлёв // Прикладная математика и механика. — 1998. — Т. 62, № 5. — С. 762–767.
7. Андронов, В. В. Сухое трение в задачах механики / В. В. Андронов, В. Ф. Журавлёв. — Москва. Ижевск : R&C Dynamics, 2010. — 184 с.
8. Acary, V., Brémont, M., Huber, O. On solving contact problems with coulomb friction: Formulations and numerical comparisons / V. Acary, M. Brémont, O. Huber // In: Transactions of the European Network for Nonsmooth Dynamics on Advanced Topics in Nonsmooth Dynamics. Springer International Publishing, 2018. — P. 375–457.
9. Haslinger, J., Kučera, R., Sassi, T. A domain decomposition algorithm for contact problems with Coulomb's friction / J. Haslinger, R. Kučera, T. Sassi // Lect. Notes Comput. Sci. Eng. — 2014. — Vol. 98. — P. 889–897.
10. Киреенков, А. А. Связанная модель трения скольжения и вращения / А. А. Киреенков // Доклады Академии наук. — 2011. — Т. 441, № 6. — С. 750–755.
11. Журавлёв, В. Ф. О разложениях Паде в задаче о двумерном кулоновом трении / В. Ф. Журавлёв, А. А. Киреенков. // Известия Российской академии наук. Механика твердого тела. — 2005. — № 2. — С. 3–13.
12. Santos, A. P. Granular packings with sliding, rolling, and twisting friction / A. P. Santos [et al.] // Phys. Rev. E. — 2020. — Vol. 102, iss. 3. — P. 032903.
13. Киреенков, А. А. Трёхмерные модели трения / А. А. Киреенков // Вестник Нижегородского университета им. Н. И. Лобачевского. — 2011. — Т. 4, № 2. — С. 174–176.
14. Сахаров, А. В. Поворот тела без внешних движителей при помощи ротора / А. В. Сахаров // Труды Московского физико-технического института. — 2014. — Т. 6, № 2. — С. 80–91.
15. Журавлёв, В. Ф. Закономерности трения при комбинации скольжения и вращения / В. Ф. Журавлёв // Известия Российской академии наук. Механика твердого тела. — 2003. — № 4. — С. 81–89.
16. Киреенков, А. А. Закон Кулона в обобщенной дифференциальной форме в задачах динамики твердых тел с комбинированной кинематикой / А. А. Киреенков // Известия Российской академии наук. Механика твердого тела — 2010. — № 2. — С. 15–26.
17. Gluzman, S., Yukalov, V. I. Self-similarly corrected Pade approximants for nonlinear equations / S. Gluzman, V. I. Yukalov // Int. J. Mod. Phys. B. — 2020. — Vol. 33, no. 29. — P. 1–23.
18. Baker G. A., Graves-Morris, P. Pade approximations / G. A. Baker, P. Graves-Morris // Encyclopedia of Mathematics and its Applications, Series no. 59, 2nd ed. — Cambridge University Press, 1996. — 764 p.
19. Киреенков, А. А. Связанная модель трения скольжения и качения в динамике тел на шероховатой плоскости / А. А. Киреенков // Известия Российской академии наук. Механика твердого тела. — 2008. — № 3. — С. 116–131.

Поступила в редакцию 16.11.2020

Запланирована в номер 04.02.2021

*Об авторах:*

**Салимов Максим Сергеевич**, аспирант кафедры «Робототехника, мехатроника, динамика и прочность машин» ФГБОУ ВО «Национальный исследовательский университет «МЭИ», (111250, РФ, г. Москва, ул. Красноказарменная 14), ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-6109-1362>, [SalimovMS@mpei.ru](mailto:SalimovMS@mpei.ru)

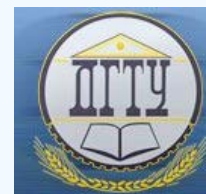
**Меркурьев Игорь Владимирович**, заведующий кафедрой «Робототехника, мехатроника, динамика и прочность машин» ФГБОУ ВО «Национальный исследовательский университет «МЭИ», (111250, РФ, г. Москва, ул. Красноказарменная 14), доктор технических наук, доцент, ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-7682-2228>, [MerkuryevIV@mpei.ru](mailto:MerkuryevIV@mpei.ru)

*Заявленный вклад соавторов:*

М. С. Салимов — формирование основной концепции, цели и задачи исследования, проведение расчетов, подготовка текста, формирование выводов. И. В. Меркурьев — научное руководство, анализ результатов исследований, доработка текста, корректировка выводов.

*Все авторы прочитали и одобрили окончательный вариант рукописи.*

# МЕХАНИКА MECHANICS



УДК 539.377: 004.942

<https://doi.org/10.23947/2687-1653-2021-21-1-22-31>

## Задача о толстостенной сферической оболочке



М. А. Артемов<sup>1</sup>, Е. С. Барановский<sup>1</sup>, А. А. Верлин<sup>1</sup>, Э. В. Сёмка<sup>2</sup>

<sup>1</sup> ФГБОУ ВО «Воронежский государственный университет» (г. Воронеж, Российская Федерация)

<sup>2</sup> Военный учебно-научный центр Военно-воздушных сил «Военно-воздушная академия имени профессора Н. Е. Жуковского и Ю. А. Гагарина» (г. Воронеж, Российская Федерация)

**Введение.** Цилиндрические и сферические оболочки широко используются в технике. Они подвергаются внутреннему и/или внешнему давлению и тепловому воздействию. Распределение напряжений и деформаций в упругопластических оболочках изучалось многими исследователями. Большинство работ связано с использованием условий пластичности Мизеса, максимального касательного, максимального приведённого напряжения. Эти условия не учитывают зависимость от первого инварианта тензора напряжений и знака третьего инварианта девиатора напряжений. Для тел со сферической и цилиндрической симметрией при осесимметричном тепловом и силовом воздействии в ряде случаев удастся получить численно-аналитические решения для напряжений, перемещений и деформаций.

**Материалы и методы.** Решение задачи о состоянии толстостенной упругопластической оболочки проводится в рамках теории малых деформаций. Предложено условие пластичности, учитывающее зависимость от трех инвариантов тензора напряжений, а также знак третьего инварианта девиатора напряжений и трансляционное упрочнение материала. Решается несвязная термоупругопластическая задача. Для оценки напряжений в области упругого состояния сферической оболочки вводится эквивалентное напряжение, равное выбранной функции пластичности. В качестве метода верификации напряженного состояния используется построение годографа вектора напряжений.

**Результаты исследования.** Для линейных функций пластичности задача имеет аналитическое решение. Получено решение, учитывающее упрочнение материала. Определены аналитические и графические зависимости между параметрами внешнего воздействия для упругого и упругопластического состояния шара. В случае комбинированной нагрузки возможны варианты, когда пластическая область зарождается на внутренней, внешней границах шара или между этими границами.

**Обсуждение и заключения.** Результаты вычислений показали, что учет пластической сжимаемости и зависимости предела пластичности от температуры может оказать существенное влияние на напряженное и деформированное состояние полого шара. При этом учет первого инварианта тензора напряжений в условии пластичности приводит к тому, что не только перепад давления между внешней и внутренней границами сферической оболочки, но и значения давлений на этих границах могут изменяться в ограниченном диапазоне. В данной постановке задачи, когда имеет место только тепловое воздействие, полый шар полностью не переходит в пластическое состояние. Результаты исследования позволяют прогнозировать поведение объекта (полого шара), испытывающего центрально-симметричные распределенные силовые и тепловые внешние воздействия.

**Ключевые слова:** полый шар, толстостенная сферическая оболочка, термоупругопластическое состояние, эквивалентное напряжение, ассоциированный закон пластического деформирования, годограф напряжений, параметры управления поведением модели.

**Для цитирования:** Задача о толстостенной сферической оболочке / М. А. Артемов, Е. С. Барановский, А. А. Верлин, Э. В. Сёмка // Advanced Engineering Research. — 2021. — Т. 21, № 1. — С. 22–31. <https://doi.org/10.23947/2687-1653-2021-21-1-22-31>

© Артемов М. А., Барановский Е. С., Верлин А. А., Сёмка Э. В., 2021



## Thick-walled spherical shell problem

A. M. Artemov<sup>1</sup>, E. S. Baranovskii<sup>1</sup>, A. A. Verlin<sup>1</sup>, E. V. Syomka<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Voronezh State University (Voronezh, Russian Federation)

<sup>2</sup> Military Educational and Scientific Center of the Air Force “N.E. Zhukovsky and Y.A. Gagarin Air Force Academy” (Voronezh, Russian Federation)

**Introduction.** Cylindrical and spherical shells are extensively used in engineering. They face internal and/or external pressure and heat. Stresses and strains distribution in elastoplastic shells has been studied by many scientists. Numerous works involve the use of the von Mises yield conditions, maximum shear stress, maximum reduced stress. These conditions do not include the dependence on the first invariant of the stress tensor and the sign of the third invariant of the stress deviator. In some cases, it is possible to obtain numerical-analytical solutions for stresses, displacements and deformations for bodies with spherical and cylindrical symmetry under axisymmetric thermal and force action.

**Materials and Methods.** The problem on the state of a thick-walled elastoplastic shell is solved within the framework of the theory of small deformations. A plasticity condition is proposed, which takes into account the dependence of the stress tensor on three independent invariants, and also considers the sign of the third invariant of the stress deviator and translational hardening of the material. A disconnected thermoelastoplastic problem is being solved. To estimate the stresses in the region of the elastic state of a spherical shell, an equivalent stress is introduced, which is similar to the selected plasticity function. The construction of the stress vector hodograph is used as a method for verification of the stress state.

**Results.** The problem has an analytical solution for linear plasticity functions. A solution is obtained when the strengthening of the material is taken into account. Analytical and graphical relationships between the parameters of external action for the elastic or elastoplastic states of the sphere are determined. For a combined load, variants are possible when the plastic region is generated at the inner and outer boundaries of the sphere or between these boundaries.

**Discussion and Conclusions.** The calculation results have shown that taking into account the plastic compressibility and the dependence of the plastic limit on temperature can have a significant impact on the stress and strain state of a hollow sphere. In this case, taking into account the first invariant of the stress tensor under the plasticity condition leads to the fact that not only the pressure drop between the outer and inner boundaries of the spherical shell, but the pressure values at these boundaries, can vary within a limited range. In this formulation of the problem, when there is only thermal action, the hollow sphere does not completely pass into the plastic state. The research results provide predicting the behavior of an object (a hollow sphere) that experiences centrally symmetric distributed power and thermal external influences.

**Keywords:** hollow sphere, thick-walled spherical shell, thermoelastoplastic state, equivalent stress, associated plastic deformation law, stress hodograph, model behavior control parameters.

**For citation:** A. M. Artemov, E. S. Baranovskii, A. A. Verlin, et al. Thick-walled spherical shell problem. Advanced Engineering Research, 2021, vol. 21, no. 1, p. 22–31. <https://doi.org/10.23947/2687-1653-2021-21-1-22-31>

**Введение.** Решение задачи о толстостенной сферической оболочке, испытывающей разные внешние воздействия, приводится в монографиях [1, 2] и ряде научных статей по теории упругости, пластичности, термоупругопластичности [3–9]. Обычно рассматривается случай, когда процесс нагружения является простым.

Задача о толстостенной сферической оболочке является одной из простейших упругопластических задач, когда поля внешних воздействий и внутренних параметров обладают центральной симметрией. В силу центральной симметрии в пластической области выполняется режим полной пластичности. Для идеального пластического тела задача статически определяемая, что позволяет ее решить для любых условий пластичности. В монографии [1] приведено наиболее полное решение задачи о сферической оболочке, когда не учитывается зависимость предела пластичности от температуры, а условие пластичности не зависит от первого инварианта тензора напряжений и знака третьего инварианта девиатора напряжений. Рассматриваются случаи только теплового и комбинированного нагружения, когда задана температура на стенках сферы, давление на внутренние стенки, а на внешней стенке давление отсутствует. В работах [10–13] выполнено исследование термоупругопластического состояния разных объектов, а в [3–9] рассмотрен процесс теплового нагружения и разгрузки свободного от внешних усилий шара и полого шара для условия Треска с учетом зависимости предела пластичности от температуры. Решение этой и аналогичных задач представляет интерес, поскольку можно получить аналитическое или частично аналитическое решение для разных математических моделей. Аналитическое решение можно получить при выборе кусочно-линейных функций пластичности [11, 13]. Математическое моделирование объектов позволяет прогнозировать их состояние и поведение в зависимости от значений исходных параметров [14, 15].



**Материалы и методы. Постановка задачи.** Рассматривается задача о толстостенной сферической оболочке (полном шаре), испытывающей центрально симметричные внешние воздействия: давление  $p_b$  на внешнюю стенку при  $\rho = b$  и давление  $p_a$  на внутреннюю стенку при  $\rho = a$ . Также рассматривается тепловое воздействие на шар: на границе  $\rho = a$  поддерживается температура  $T_a$ , на границе  $\rho = b$  — температура  $T_b$ . Предполагается, что шар проявляет упругие и пластические свойства. Искомыми параметрами состояния в каждой точке шара являются компоненты тензора напряжений, компоненты тензоров деформаций и векторы перемещений. В области упругого состояния упругие деформации являются полными (остаточные деформации отсутствуют).

**Основные соотношения.** Все соотношения приведены к безразмерному виду. В качестве масштаба длины выбирается внешний радиус шара  $b$ . Все величины, имеющие размерность напряжений, отнесены к пределу пластичности при одноосном растяжении  $k$ . Масштабная единица для температуры — 1 С.

В силу указанной симметрии внешних воздействий, в сферической системе координат  $\rho, \theta, \phi$  матрицы компонент тензора напряжений и деформаций будут иметь вид:

$$(\sigma) = \begin{pmatrix} \sigma_\rho & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_\theta & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_\phi \end{pmatrix}, \quad (\varepsilon) = \begin{pmatrix} \varepsilon_\rho & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_\theta & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_\phi \end{pmatrix}.$$

В данном случае выполняются равенства  $\sigma_\theta = \sigma_\phi$ ,  $\varepsilon_\theta = \varepsilon_\phi$ .

Если функции пластичности не зависят от первого инварианта тензора напряжений и знака третьего инварианта девиатора напряжений, то при решении задачи о шаре функции пластичности будут приводиться к виду:

$$f = |\sigma_\theta - \sigma_\rho| = k. \quad (1)$$

Рассмотрим условие пластичности:

$$f(\sigma_\rho, \sigma_\theta, \varepsilon_\rho^p, \varepsilon_\theta^p) = \frac{\zeta((\sigma_\rho - \delta\varepsilon_\rho^p)^w + 2(\sigma_\theta - \delta\varepsilon_\theta^p)^w)^{\frac{1}{w}}}{\zeta + \eta(1 + \alpha)^{1/m}} + \frac{\eta(|(\sigma_\theta - \sigma_\rho - \delta(\varepsilon_\theta^p - \varepsilon_\rho^p))|^m + \alpha(\sigma_\rho - \sigma_\theta - \delta(\varepsilon_\rho^p - \varepsilon_\theta^p))^m)^{\frac{1}{m}}}{\zeta + \eta(1 + \alpha)^{1/m}} = k(T), \quad (2)$$

где  $\varepsilon_\rho^p$ ,  $\varepsilon_\theta^p$  — компоненты тензора пластических деформаций;  $T$  — температура.

Когда параметры имеют значения:  $\zeta = 0$ ,  $\eta = 1$ ,  $\delta = 0$ ,  $\alpha = 0$ ,  $m = 1$ ,  $\mu = 0$ ,  $k = k_0$ , из условия (2) следует условие (1). На рис. 1 в плоскости  $\sigma_\rho, \sigma_\theta$  представлены кривые пластичности, определяемые по формуле (2) для разных значений числовых коэффициентов в функции пластичности.

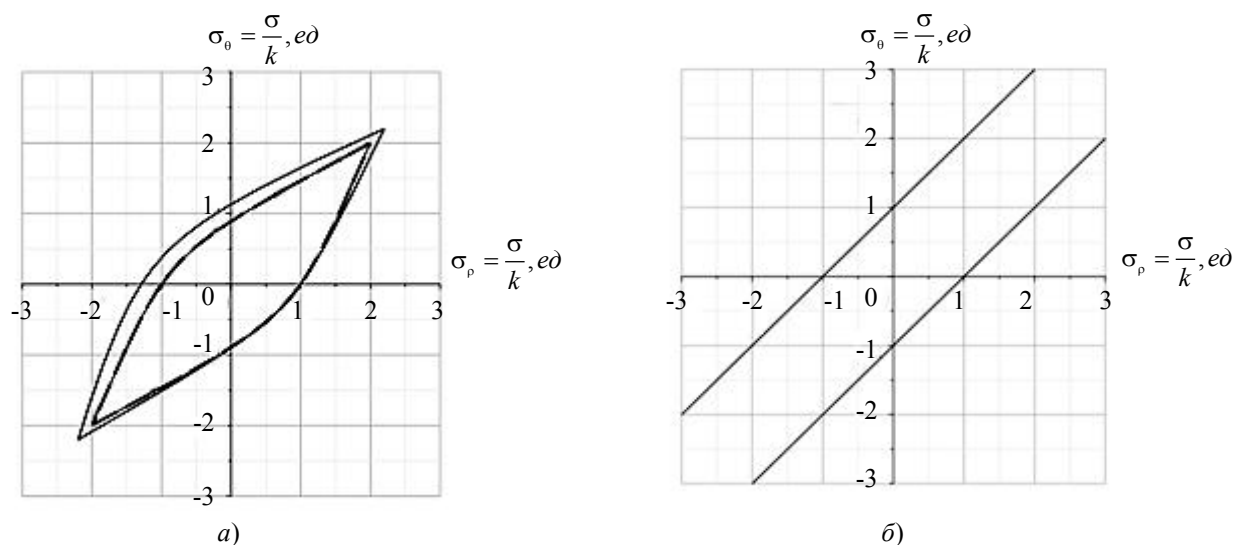


Рис. 1. Кривые пластичности: а — для параметров:  $\zeta = 0, 2$ ;  $w = 2$ ;  $\eta = 0, 5$ ;  $\delta = 0$ ;  $m = 3$ ;  $k = 1$ ; сплошная линия  $\alpha = 0, 5$ ; пунктирная линия  $\alpha = 0$ ; б — для параметров:  $\alpha = 0$ ;  $\zeta = 0$ ;  $\delta = 0$ ;  $k = 1$

Результаты, представленные на рис. 1, показывают, что при учете первого инварианта тензора напряжений радиальное и окружное напряжения, когда точка шара находится в упругом состоянии, могут изменяться в ограниченном диапазоне. Соответственно давление на границы шара также должно быть ограниченным. Когда первый инвариант в условии пластичности не учитывается, упругое состояние возможно для любого значения давления на границах шара, но ограничен перепад давления  $\Delta p = p_a - p_b$ . Учет знака третьего инварианта девиатора напряжений, как отмечалось выше, влияет на значения пределов пластичности.

Если значения параметров состояния  $\sigma_p, \sigma_\theta$  определяют точку области, ограниченную кривой пластичности, принимается, что определяющими уравнениями, связывающими напряжения и деформации, являются соотношения закона Дюамеля-Неймана [1, 2]:

$$E\varepsilon_\theta = (1-\nu)\sigma_\theta - \nu\sigma_p + E\alpha T, \quad E\varepsilon_p = \sigma_p - 2\nu\sigma_\theta + E\alpha T, \quad (3)$$

где модуль Юнга  $E$  и коэффициент Пуассона  $\nu$  — константы.

Если параметры состояния  $\sigma_p, \sigma_\theta$  определяют точки на кривой пластичности, то принимается аддитивное представление полных деформаций через обратимые и необратимые деформации:

$$\varepsilon_\theta = \varepsilon_\theta^e + \varepsilon_\theta^p, \quad \varepsilon_p = \varepsilon_p^e + \varepsilon_p^p. \quad (4)$$

Полные деформации определяются через перемещения по формулам:

$$\varepsilon_\theta = \frac{u}{r}, \quad \varepsilon_p = \frac{du}{dr}. \quad (5)$$

Полные деформации связаны условием совместности деформаций:

$$r \frac{d\varepsilon_\theta}{dr} + \varepsilon_\theta - \varepsilon_p = 0. \quad (6)$$

Приращения необратимых деформаций связаны с напряжениями нормальным законом:

$$\frac{d\varepsilon_\theta^p}{df / \partial \sigma_\theta} = \frac{d\varepsilon_p^p}{df / \partial \sigma_p}. \quad (7)$$

Соотношение (7) при выборе нелинейных функций пластичности в общем случае неинтегрируемое [16]. В квазистатическом приближении напряжения должны удовлетворять уравнению равновесия:

$$\rho \frac{d\sigma_p}{dr} + 2(\sigma_p - \sigma_\theta) = 0. \quad (8)$$

**Эквивалентное напряжение.** Эквивалентное напряжение — это выпуклые изотропные скалярные функции тензора напряжений. В частных случаях термин «эквивалентное напряжение» является синонимом других терминов, например, «интенсивность напряжений» [17]. В настоящей работе эквивалентное напряжение совпадает с функцией пластичности. В этом случае на упругопластической границе эквивалентное напряжение не будет иметь разрыва.

**Поле температур.** Поле температур в шаре находится из решения краевой задачи [1]:

$$\begin{cases} \rho \frac{d^2 T}{dr^2} + 2 \frac{dT}{dr} = 0, \\ T|_{r=a} = T_a, \quad T|_{r=b} = T_b. \end{cases} \quad (9)$$

Решение задачи (9) представим в виде:

$$T = T_b + \frac{a\Delta T}{(b-a)} \left( \frac{b}{r} - 1 \right), \quad \Delta T = T_a - T_b. \quad (10)$$

**Упругая область.** В области упругого состояния полого шара формулы для напряжений имеют вид:

$$\sigma_p = A + \frac{B}{r^3} - \frac{\lambda}{r}, \quad \sigma_\theta = A - \frac{B}{2r^3} - \frac{\lambda}{2r}, \quad \lambda = \frac{abE\alpha\Delta T}{(1-\nu)(b-a)}.$$

**Пластическая область.** Выберем условия (1). Рассмотрим случай только теплового воздействия (10). Тогда пластическая область будет зарождаться на внутренней границе оболочки при условии [1]:

$$\beta = \frac{E\alpha}{(1-\nu)} |\Delta T| = \beta_1 = \frac{2(a^2 + ab + b^2)k}{b(a+2b)}.$$

Обозначим через  $c_1$  — радиус упругопластической границы  $\rho = c_1$ . В процессе нагружения, когда  $\beta > \beta_1$ , пластическая область  $a \leq \rho \leq c_1$  увеличивается. При выборе условия (1) напряжения в области  $a \leq \rho \leq c_1$  вычисляются по формулам:

$$\sigma_p^{(1)} = 2\kappa_1 k \ln(\rho/a), \quad \sigma_\theta^{(1)} = \sigma_p^{(1)} + \kappa_1 k, \quad \kappa_1 = \text{sign}(\sigma_\theta - \sigma_p),$$

где  $\kappa_1 = \text{sign}(\sigma_\theta - \sigma_p)|_{\rho=c_1}$ . Если  $\Delta T > 0$ , то  $\kappa_1 = -1$ , если  $\Delta T < 0$ , то  $\kappa_1 = +1$ .

Если область  $c_1 \leq \rho \leq b$  остается упругой, то величины  $A$ ,  $B$  и радиус упругопластической границы  $c_1$  определяются из условий непрерывности напряжений на упругопластической границе и граничного условия  $\sigma|_{\rho=b} = 0$ . Так, если  $A$  и  $B$  определяются только из условий непрерывности напряжений на упругопластической границе, то имеют место выражения:

$$A = 2\kappa_1 k \left( \ln\left(\frac{c_1}{a}\right) + \frac{1}{3} \right) + \frac{\lambda}{3c_1}, \quad B = \frac{\lambda c_1^2}{3} - \frac{2}{3} \kappa_1 k c_1^3. \quad (11)$$

Уравнение для вычисления  $c_1$  будет иметь вид:

$$2\kappa_1 k \left( \ln\left(\frac{c_1}{a}\right) + \frac{1}{3} - \frac{2c_1^3}{3b^3} \right) + \left( \frac{2}{3c_1} + \frac{c_1^2}{3b^3} - \frac{1}{b} \right) \lambda = 0. \quad (12)$$

Если  $A$  и  $B$  определяются из условий непрерывности напряжений на упругопластической границе и условия  $\sigma|_{\rho=b} = 0$ , то имеют место выражения:

$$A = \left( 1 - \frac{c_1^2}{3b^2} \right) \frac{\lambda}{b} + \frac{2\kappa_1 k c_1^3}{3b^3}, \quad B = \frac{\lambda c_1^2}{3} - \frac{2}{3} \kappa_1 k c_1^3. \quad (13)$$

Выбор формул (11) или (13) влияет на шаги алгоритма решения задачи, но не влияет на окончательные результаты.

На границе  $\rho = b$  будет зарождаться вторая пластическая область, если выполняется условие:

$$(\sigma_\theta - \sigma_p)|_{\rho=b} = \kappa_2 k, \quad \kappa_2 = -\kappa_1. \quad (14)$$

Для определения значения  $\Delta T = \Delta T_1$ , когда выполняется условие (14), необходимо решить совместно систему уравнений (12), (14). Поскольку параметр  $\beta$  в уравнения (13) и (1) входит линейно, то можно получить отдельно уравнение для определения радиуса упругопластической границы:

$$2\kappa_1 k \ln\left(\frac{c_1}{a}\right) + \frac{4\kappa_1 k_0 (b - c_1)(c_1^2 - b^2)}{3(b + c_1)bc_1} = 0, \quad (15)$$

а также формулу для вычисления параметра  $\beta$ :

$$\beta = \beta_2 = \frac{2k_0 (\kappa_2 b^3 - \kappa_1 c_1^3)(b - a)}{(b^2 - c_1^2)ab}. \quad (16)$$

В процессе дальнейшего нагружения, когда выполняется неравенство  $\beta > \beta_2$ , область шара  $c_2 \leq \rho \leq b$  переходит в пластическое состояние на границе  $\rho = b$ .

**Полый шар при тепловом воздействии. Учет упрочнения материала.** Рассмотрим случай, когда условие пластичности имеет вид:

$$f(\sigma_p, \sigma_\theta, \varepsilon_p^p, \varepsilon_\theta^p) = |\sigma_\theta - \sigma_p - \delta(\varepsilon_\theta^p - \varepsilon_p^p)| = k. \quad (17)$$

Если до нагружения в шаре остаточные деформации отсутствуют, то в результате теплового нагрева пластическая зона будет зарождаться на внутренней границе  $\rho = a$ , когда выполняются условия (15), (16). При дальнейшем нагружении образуется пластическая область  $a \leq \rho \leq c_1$ . Для нахождения напряжений в этой области надо из системы уравнений (3–6), (8), (17) получить соответствующие уравнения:

$$\begin{cases} \rho^2 \frac{d^2 \sigma_p}{d\rho^2} + 4\rho \frac{d\sigma_p}{d\rho} - \frac{6}{1 + 3\delta(1 - \nu)} \left( k + \frac{\delta ab E \alpha \Delta T}{\rho(b - a)} \right) = 0, \\ \sigma_\theta = \frac{\rho}{2} \frac{d\sigma_p}{d\rho} + \sigma_p. \end{cases} \quad (18)$$

Решение системы (18) запишем в виде:

$$\begin{aligned} \sigma_p &= \frac{1}{1 + 3\delta(1 - \nu)} \left( 2k \ln \rho - \frac{3\delta ab E \alpha \Delta T}{\rho(b - a)} \right) - \frac{C_1}{\rho^3} + C_2, \\ \sigma_\theta &= \frac{1}{1 + 3\delta(1 - \nu)} \left( k + 2k \ln \rho - \frac{3\delta ab E \alpha \Delta T}{2\rho(b - a)} \right) + \frac{C_1}{2\rho^3} + C_2. \end{aligned} \quad (19)$$

Величины  $C_1$ ,  $C_2$ , входящие в формулы (19), определяются из граничного условия  $\sigma_\rho|_{\rho=a}=0$  и условий отсутствия пластических деформаций на упругопластической границе  $\rho = c_1$ :

$$\begin{aligned} C_1 &= 2\kappa_1(k - k_\delta)c_1^3 - 3E\alpha N_\delta c_1^2, \\ C_2 &= 2\kappa_1 k_\delta \ln a + \frac{2\kappa_1(k - k_\delta)c_1^3}{3a^3} + \frac{E\alpha N_\delta}{a} \left( 3 - \frac{c_1^2}{a^2} \right), \\ N_\delta &= \frac{\delta ab \Delta T}{(1 + 3\delta(1 - \nu))(b - a)}. \end{aligned} \quad (20)$$

В результате подстановки (20) в (19) получим:

$$\begin{aligned} \sigma_\rho &= \frac{1}{1 + 3\delta(1 - \nu)} \left( 2\kappa_1 k \ln \frac{\rho}{a} + \frac{3\delta ab E \alpha \Delta T}{b - a} \left( \frac{1}{a} - \frac{1}{\rho} \right) - \right. \\ &\quad \left. - \left( \frac{2\kappa_1 k c_1^3}{3} + \frac{\delta ab c_1^2 E \alpha \Delta T}{b - a} \right) \left( \frac{1}{a^3} - \frac{1}{\rho^3} \right) \right) + \frac{2\kappa_1 k c_1^3}{3} \left( \frac{1}{a^3} - \frac{1}{\rho^3} \right), \\ \sigma_\theta &= \frac{1}{1 + 3\delta(1 - \nu)} \left( \kappa_1 k + 2\kappa_1 k \ln \frac{\rho}{a} + \frac{3\delta ab E \alpha \Delta T}{b - a} \left( \frac{1}{a} - \frac{1}{2\rho} \right) - \right. \\ &\quad \left. - \left( \frac{\kappa_1 k c_1^3}{3} + \frac{\delta ab c_1^2 E \alpha \Delta T}{2(b - a)} \right) \left( \frac{2}{a^3} + \frac{1}{\rho^3} \right) \right) + \frac{\kappa_1 k c_1^3}{3} \left( \frac{2}{a^3} + \frac{1}{\rho^3} \right). \end{aligned}$$

Из решения упругой задачи следует: если  $\Delta T > 0$ , то  $\kappa_1 = -1$ ; если  $\Delta T < 0$ , то  $\kappa_1 = +1$ .

**Учет пластической сжимаемости.** Рассмотрим случай, когда функция пластичности является линейной относительно компонент тензора напряжений:

$$\begin{aligned} \zeta(2\sigma_\theta + \sigma_\rho) + \kappa(\sigma_\theta - \sigma_\rho) + \eta(\sigma_\theta - \sigma_\rho) &= k_0(1 - \chi T), \\ \kappa &= \text{sign}(\sigma_\theta - \sigma_\rho). \end{aligned} \quad (21)$$

Условие пластичности (21) можно представить в виде:

$$\begin{aligned} \alpha\sigma_\theta + \beta\sigma_\rho &= k(1 - \chi T), \\ \alpha &= 2\zeta + \kappa - \eta, \\ \beta &= \zeta - \kappa + \eta. \end{aligned}$$

С учетом введенных обозначений, для определения напряжений в пластической области получаем задачу:

$$\begin{cases} \alpha\sigma_\theta + \beta\sigma_\rho = k(1 - \chi T), \\ \rho \frac{d\sigma_\rho}{d\rho} + 2(\sigma_\rho - \sigma_\theta) = 0, \\ \sigma_\rho|_{\rho=a} = -p_a. \end{cases} \quad (22)$$

Решение задачи (22) имеет вид:

$$\begin{aligned} \sigma_\rho &= \left( -p_a + \frac{(M_\chi - 1)k_0}{\alpha + \beta} + \frac{2N_\chi k_0}{a(\alpha + 2\beta)} \right) \left( \frac{a}{\rho} \right)^{2+2\beta/\alpha} - \left( \frac{M_\chi - 1}{\alpha + \beta} + \frac{2N_\chi}{\rho(\alpha + 2\beta)} \right) k_0, \\ \sigma_\theta &= -\frac{\beta}{\alpha} \left( -p_a + \frac{(M_\chi - 1)k_0}{\alpha + \beta} + \frac{2N_\chi k_0}{a(\alpha + 2\beta)} \right) \left( \frac{a}{\rho} \right)^{2+2\beta/\alpha} - \left( \frac{M_\chi - 1}{\alpha + \beta} + \frac{N_\chi}{\rho(\alpha + 2\beta)} \right) k_0, \end{aligned} \quad (23)$$

где введены обозначения:  $M = T_b - \frac{a\Delta T}{b-a}$ ,  $N = \frac{ab\Delta T}{b-a}$ ,  $M_\chi = \chi M$ ,  $N_\chi = \chi N$ .

Для получения правильного результата из (20), когда, например,  $\alpha + \beta = 0$ , надо выполнить предельный переход при решении (22). Более просто получить правильный результат можно непосредственно в (23), при этом учесть, чтобы выполнялось условие  $\alpha + \beta = 0$ . В этом случае  $\zeta = 0$ , поэтому получим:

$$\begin{aligned} \sigma_\rho &= \frac{2k_0}{\alpha} \left( (1 - M_\chi) \ln \frac{\rho}{a} + \left( \frac{1}{\rho} - \frac{1}{a} \right) N_\chi \right) - p_a, \\ \sigma_\theta &= \frac{k_0}{\alpha} \left( (1 - M_\chi) \left( 1 + \ln \frac{\rho}{a} \right) + N_\chi \left( \frac{1}{\rho} - \frac{2}{a} \right) \right) - p_a. \end{aligned}$$

В процессе нагружения пластическая зона зарождается на границе  $\rho = a$ , когда выполняется условие:

$$\Delta T = k_0(1 - \chi T_b) / \left( k_0 \chi - \frac{(2\zeta + \kappa - \eta)(a + 2b)bE\alpha}{2(1 - \nu)(a^2 + ab + b^2)} \right).$$

**Результаты исследования.** На рис. 2 приведены графики напряжений и годографов вектора напряжений, когда область шара, соответствующая условию  $a \leq \rho \leq c_1$ , находится в пластическом состоянии, а области шара, соответствующая условию  $c_1 \leq \rho \leq b$ , — в упругом состоянии.

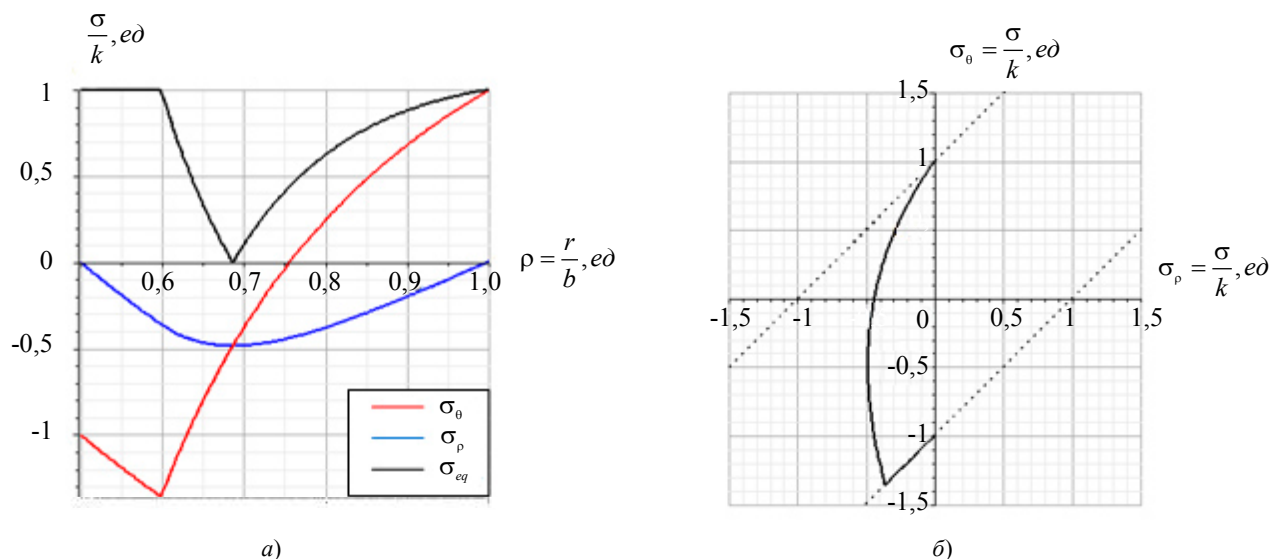


Рис. 2. Графики напряжений (а) и годографов вектора напряжений (б) при значениях параметров:  $k = 1$ ;  $\nu = 0,3$ ;  $a = 0,5$ ;  $b = 1$ ;  $\Delta T = 170$ ;  $c_1 = 0,57$

На рис. 3 приведены графики напряжений и годографов вектора напряжений, когда области шара, соответствующие условиям  $a \leq \rho \leq c_1$  и  $c_2 \leq \rho \leq b$ , находятся в пластическом состоянии, а область шара, соответствующая условию  $c_1 \leq \rho \leq c_2$ , — в упругом состоянии.

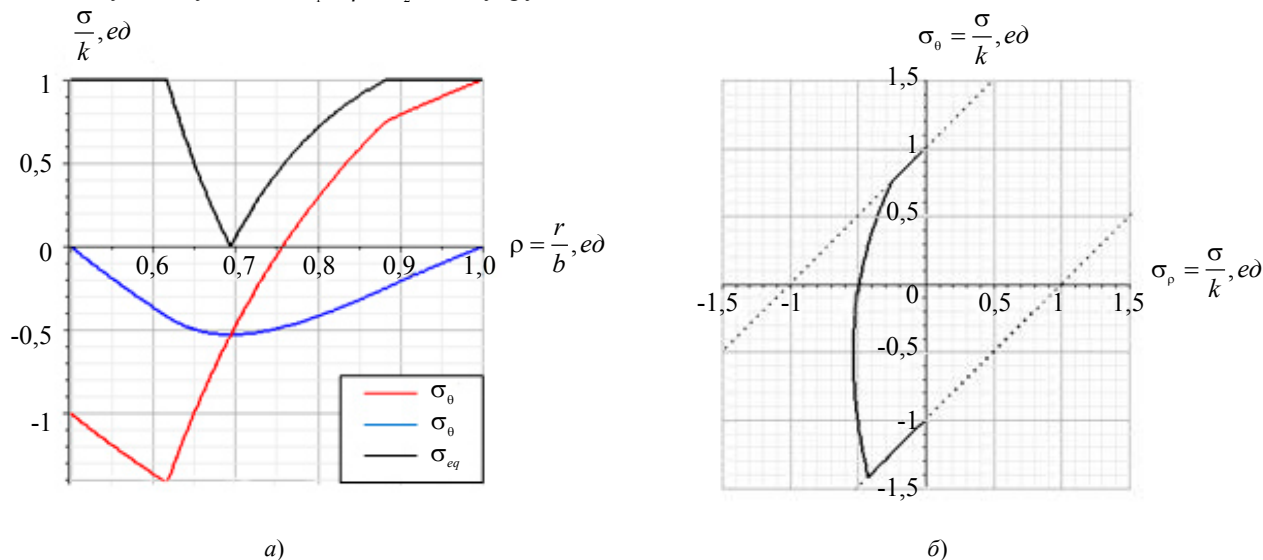


Рис. 3. Графики напряжений (а) и годографов вектора напряжений (б) при значениях параметров:  $\nu = 0,3$ ;  $a = 0,5$ ;  $\Delta T = 270$ ;  $c_1 = 0,62$ ;  $c_2 = 0,88$

На рис. 4 приведены графики напряжений и годографов вектора напряжений, когда область шара, соответствующая условию  $a \leq \rho \leq c_1$ , находится в пластическом состоянии, а область шара, соответствующая условию  $c_1 \leq \rho \leq b$ , — в упругом состоянии.



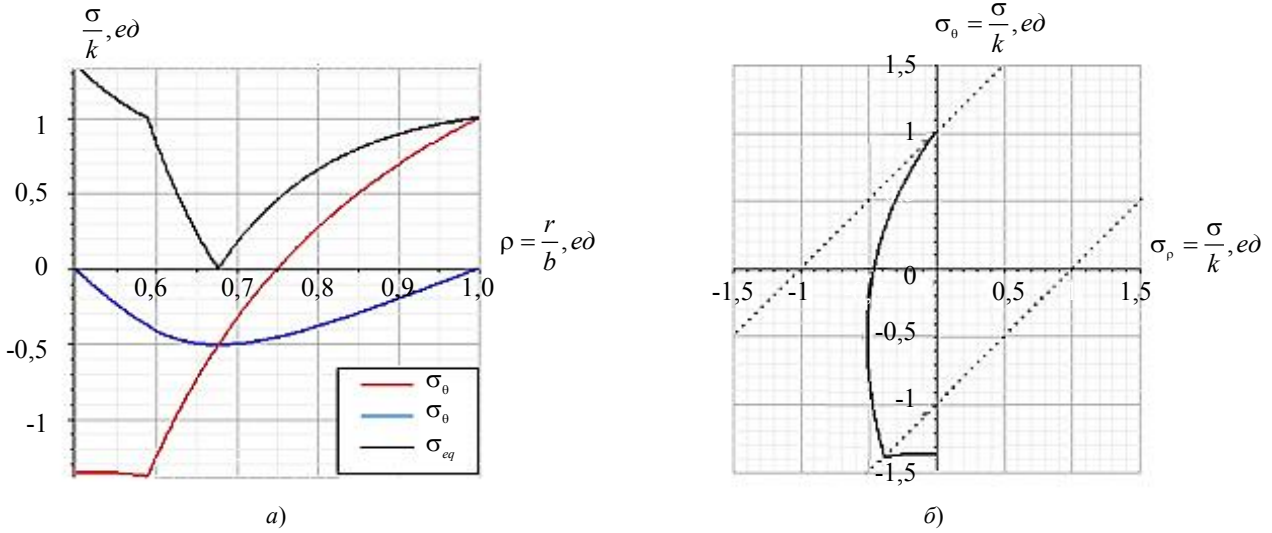


Рис. 4. Графики напряжений (а) и годографов вектора напряжений (б) при значениях параметров:  $\nu = 0,3$ ;  $a = 0,5$ ;  $\Delta T = 215$ ;  $c_1 = 0,58$

На рис. 5 приведены графики напряжений и годографов вектора напряжений, когда области шара, соответствующие условиям  $a \leq \rho \leq c_1$  и  $c_2 \leq \rho \leq b$ , находятся в пластическом состоянии, а область шара, соответствующая условию  $c_1 \leq \rho \leq c_2$ , — в упругом состоянии.

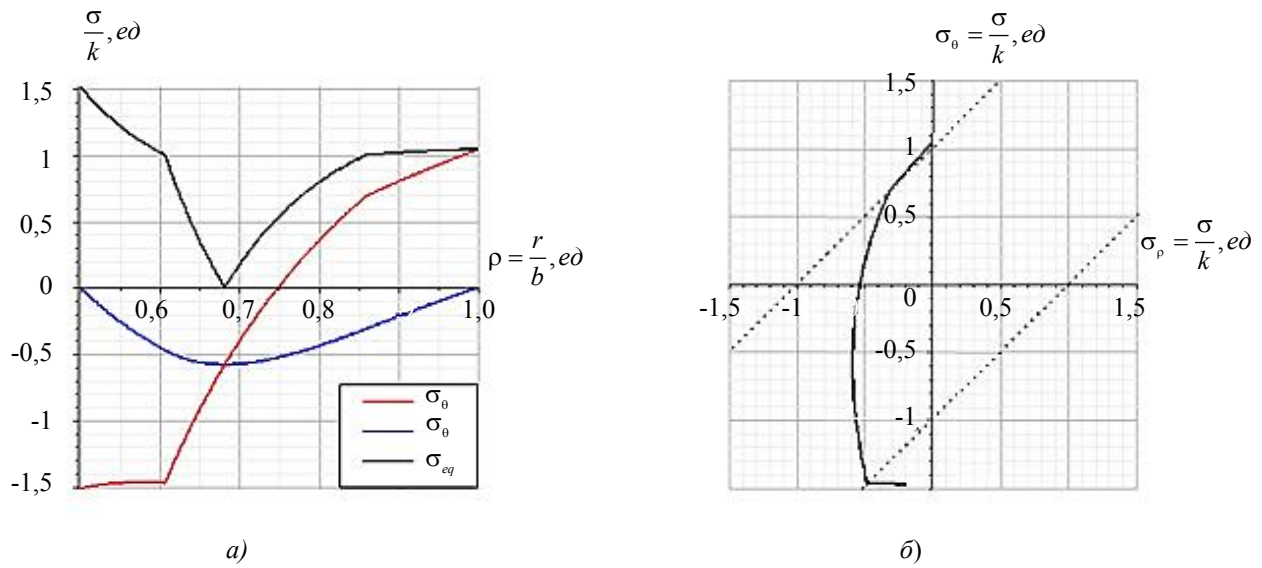


Рис. 5. Графики напряжений (а) и годографов вектора напряжений (б) при значениях параметров:  $\nu = 0,3$ ;  $a = 0,5$ ;  $\Delta T = 270$ ;  $c_1 = 0,61$ ;  $c_2 = 0,86$

На рис. 6 приведены графики напряжений и годографов вектора напряжений, когда области шара, соответствующие условиям  $a \leq \rho \leq c_1$  и  $c_2 \leq \rho \leq b$ , находятся в пластическом состоянии, а область шара, соответствующая условию  $c_1 \leq \rho \leq c_2$  — в упругом состоянии.

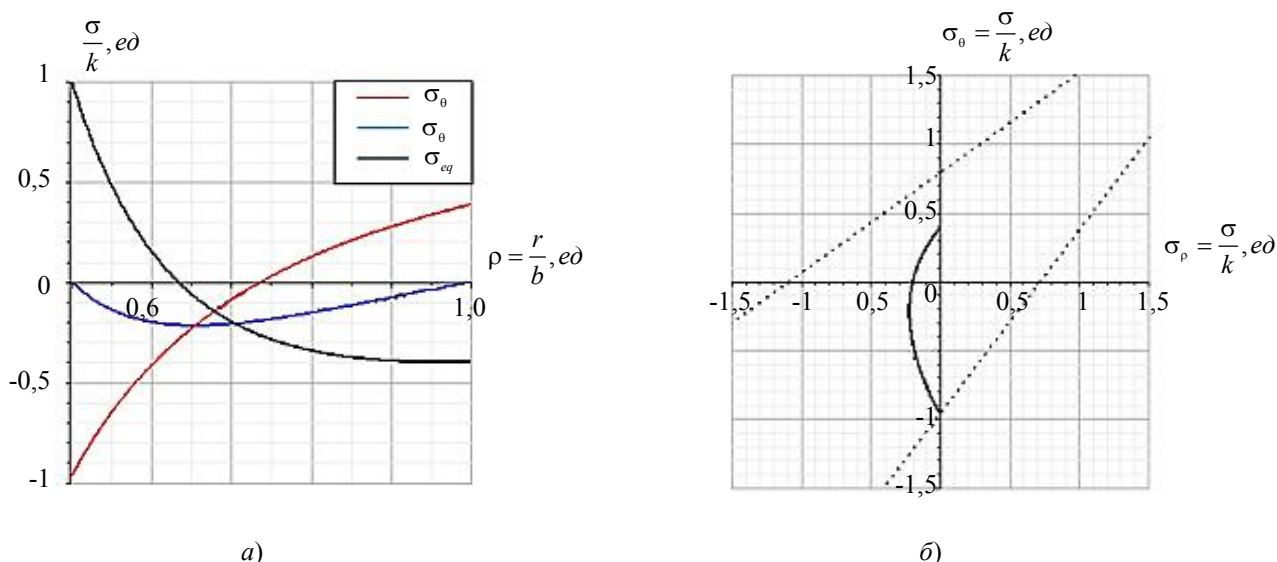


Рис. 6. Графики напряжений (а) и годографов вектора напряжений (б)  
при значениях параметров:  $\nu = 0,3$ ;  $\alpha = 0,5$ ;  $\Delta T = 79$ ;  $\zeta = 0,1$ ;  $\eta = 0,1$ ;  $E\alpha = 0,012$ ;  $\chi = 0,0017$

**Обсуждение и заключения.** Результаты вычислений показывают, что в данной постановке задачи, когда имеет место только тепловое воздействие, полый шар полностью не переходит в пластическое состояние (рис. 2–6). Упрочнение приводит к увеличению эквивалентного напряжения в пластической области и уменьшению радиуса упругопластической границы (рис. 4, 5). Упругая область в процессе нагружения не может полностью исчезнуть. Пластическая сжимаемость и зависимость предела пластичности от температуры оказывают существенное влияние на напряженное состояние полого шара (рис. 6).

#### Библиографический список

1. Chakrabarty, J. Theory of Plasticity / J. Chakrabarty. – Oxford : Elsevier Butterworth-Heinemann, 2006. — 882 p.
2. Паркус, Г. Неустановившиеся температурные напряжения / Г. Паркус. — Москва : Физматлит, 1963. — 252 с.
3. Gamer, U. On the elastic-plastic deformation of a sphere subjected to a spherically symmetrical temperature field / U. Gamer // Journal of Thermal Stresses. — 1988. — Vol. 11, iss. 3. — P. 159–173.
4. Дац, Е. П. Расчет накопленной остаточной деформации в процессе <нагрева-охлаждения> упруго-пластического шара / Е. П. Дац, С. Н. Мокрин, Е. В. Мурашкин // Вестник Чувашского государственного педагогического университета им. И. Я. Яковлева. Серия: Механика предельного состояния. — 2012. — № 4. — С. 123–132.
5. Мурашкин, Е. В. Термоупругопластическое деформирование многослойного шара / Е. В. Мурашкин, Е. П. Дац, // Известия Российской академии наук. Механика твердого тела. — 2017. — № 5. — С. 30–36.
6. Дац, Е. П. Вычисление необратимых деформаций в полом упругопластическом шаре в условиях нестационарного температурного воздействия / Е. П. Дац, Е. В. Мурашкин, Р. Велмуруган // Вестник Чувашского государственного педагогического университета им. И. Я. Яковлева. Серия: Механика предельного состояния. — 2015. — № 3. — С. 168–175.
7. Ковалев, А. В. Об определении напряжений и перемещений в упругом пространстве, ослабленном сферической полостью, с учетом температуры / А. В. Ковалев, И. Г. Хвостов // Вестник Чувашского государственного педагогического университета им. И. Я. Яковлева. Серия : Механика предельного состояния. — 2014. — № 2. — С. 29–35.
8. Burenin, A. A. Residual stresses in AM fabricated ball during a heating process / A. A. Burenin, E.V. Murashkin, E. P. Dats // AIP Conference Proceedings. — 2018. — Vol. 1959, iss. 1. — P. 070008. — DOI: <https://doi.org/10.1063/1.5034683>
9. Сёмка, Э. В. Упругопластическое состояние полого шара / Э. В. Сёмка // Вестник инженерной школы Дальневосточного федерального университета. Серия: Механика деформируемого тела. — 2020. — № 3. — С. 3–12.
10. Буренин, А. А. Кусочно-линейные пластические потенциалы как средство расчетов плоских неустановившихся температурных напряжений / А. А. Буренин, А. В. Ткачева // Известия Российской академии наук. Механика твердого тела. — 2020. — № 6. — С. 40–49.

11. Буренин, А. А. К использованию кусочно-линейных пластических потенциалов в нестационарной теории температурных напряжений / А. А. Буренин, А. В. Ткачева, Г. А. Щербатюк // Вестник Самарского государственного технического университета. Серия : Физико-математические науки. — 2018. — Т. 22, № 1. — С. 23–39.
12. Температурные напряжения в упругопластической трубе в зависимости от выбора условия пластичности / Е. П. Дац, Е. В. Мурашкин, А. В. Ткачева, Г. А. Щербатюк // Известия Российской академии наук. Механика твердого тела. — 2018. — № 1. — С. 32–43.
13. Дац, Е. П. Температурные напряжения в условиях тороидальной симметрии / Е. П. Дац, Е. В. Мурашкин // Вестник Чувашского государственного педагогического университета имени И. Я. Яковлева. Серия : Механика предельного состояния. — 2019. — № 2. — С. 57–70.
14. Aleksandrova, N.N. On stress/strain state in a rotating disk / N.N. Aleksandrova, M.A. Artemov, E.S. Baranovskii [et al.] // AMCSM\_2018 IOP Conf. Series: Journal of Physics: Conf. Series. — 2019. — Vol. 1203. — Art. 012001. — DOI : <http://doi.org/10.1088/1742-6596/1203/1/012001>
15. Semka, E. V. Mathematical modeling of rotating disk states / E. V. Semka, M. A. Artemov, Y. N. Babkina [et al.] // In: Proc. Conf. 2019 Applied Mathematics, Computational Science and Mechanics: Current Problems. — Voronezh, Russian Federation. — 2020. — Vol. 1479. — P. 012122.
16. Ишлинский, А. Ю. Математическая теория пластичности / А. Ю. Ишлинский, Д. Д. Ивлев. — Москва : Физматлит, 2001. — 704 с.
17. Хан, Х. Теория упругости. Основы линейной теории и ее применение / Х. Хан. — Москва : Мир, 1988. — 343 с.

Сдана в редакцию 28.12.2020

Запланирована в номер 04.02.2021

*Об авторах:*

**Артемов Михаил Анатольевич**, заведующий кафедрой «Программное обеспечение и администрирование информационных систем» ФГБОУ ВО «Воронежский государственный университет» (394006, РФ, г. Воронеж, пл. Университетская, 1), доктор физико-математических наук, профессор. ResearcherID: [O-1965-2015](https://orcid.org/0000-0001-8356-5418), ScopusID [6603631575](https://orcid.org/0000-0001-8356-5418), ORCID: <http://orcid.org/0000-0001-8356-5418>, [artemov\\_m\\_a@mail.ru](mailto:artemov_m_a@mail.ru)

**Барановский Евгений Сергеевич**, доцент кафедры «Программное обеспечение и администрирование информационных систем» ФГБОУ ВО «Воронежский государственный университет» (394006, РФ, г. Воронеж, пл. Университетская, 1), кандидат физико-математических наук, доцент, ResearcherID: [L-6233-2016](https://orcid.org/0000-0002-1514-4475), ScopusID [36503487200](https://orcid.org/0000-0002-1514-4475), ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-1514-4475>, [esbaranovskii@gmail.com](mailto:esbaranovskii@gmail.com)

**Верлин Александр Андреевич**, аспирант кафедры «Программное обеспечение и администрирование информационных систем» ФГБОУ ВО «Воронежский государственный университет» (394006, РФ, г. Воронеж, пл. Университетская, 1). ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-9771-340X>, [alexandrverlin@mail.ru](mailto:alexandrverlin@mail.ru)

**Сёмка Элеонора Викторовна**, преподаватель кафедры «Радиоэлектроника» Военного учебно-научного центра Военно-воздушных сил «Военно-воздушная академия имени профессора Н. Е. Жуковского и Ю. А. Гагарина» (394064, РФ, г. Воронеж, ул. Старых Большевиков, 54 А), ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-0194-6979>, [semka\\_elya@mail.ru](mailto:semka_elya@mail.ru)

*Заявленный вклад соавторов:*

М. А. Артемов — формирование основной концепции, цели и задачи исследования, формирование выводов; Е. С. Барановский — научное руководство, доработка текста, корректировка выводов; А. А. Верлин — подготовка текста; Э. В. Сёмка — проведение расчетов, анализ результатов исследований.

*Все авторы прочитали и одобрили окончательный вариант рукописи.*

# МЕХАНИКА MECHANICS



УДК 531.36

<https://doi.org/10.23947/2687-1653-2021-21-1-32-42>

## Обоснование использования физической модели материальной точки при исследовании кинематических характеристик автомобильного транспортного средства при косом наезде на боковые тросовые ограждения



**Г. П. Колесникова**

ФГКВОУ ВО «Военная академия Ракетных войск стратегического назначения им. Петра Великого» (г. Балашиха, Российская Федерация)

*Введение.* Выполнен обзор применения методов теоретической механики для разработки алгоритмов приближенного аналитического моделирования движения автомобильного транспортного средства (АТС) при косом наезде на боковые тросовые ограждения. Обосновано представление АТС как материальной точки при таком типе наезда. Цель работы — обосновать использование физической модели материальной точки для описания динамики АТС при косом наезде на боковые тросовые ограждения.

*Материалы и методы.* Предложена новая физическая модель, описывающая противодействие движению АТС со стороны тросового ограждения при косом наезде; представлены новые методы приближенного аналитического построения перемещений АТС при косом наезде на боковые тросовые ограждения. Результаты аналитического расчета подтверждены данными конечно-элементного (КЭ) моделирования наезда по данным натурных испытаний. КЭ-моделирование проводилось с помощью многоцелевого конечно-элементного комплекса LS-Dyna.

*Результаты исследования.* Разработаны новые алгоритмы для аналитического расчета перемещений АТС при косом наезде на боковые тросовые ограждения, а также новая физическая модель, описывающая противодействие движению АТС со стороны тросовых ограждений. Научно обосновано использование физической модели материальной точки для исследования динамики АТС при косом наезде на боковые тросовые ограждения, в том числе на основе сравнительного анализа кинематических результатов виртуального испытания с кинематическими расчетами, полученными на основе алгоритмов аналитического построения перемещений АТС.

*Обсуждение и заключение.* Анализ результатов виртуального испытания в сравнении с аналитическими кинематическими расчетами показал, что представление АТС в качестве материальной точки при косом наезде на боковые тросовые ограждения является обоснованным, так как его движение при таком типе наезда близко к поступательному. Полученные результаты могут быть использованы при разработке и анализе корректности КЭ-моделирования бокового наезда АТС на тросовые ограждения.

**Ключевые слова:** тросовое ограждение, аналитическое моделирование, траектория движения, перемещения, материальная точка, автомобильное транспортное средство, косой наезд.

**Для цитирования:** Колесникова, Г. П. Обоснование использования физической модели материальной точки при исследовании кинематических характеристик автомобильного транспортного средства при косом наезде на боковые тросовые ограждения / Г. П. Колесникова // Advanced Engineering Research. — 2021. — Т. 21, № 1. — С. 32–42. <https://doi.org/10.23947/2687-1653-2021-21-1-32-42>

© Колесникова Г. П., 2021



## Material point physical model rationale while studying kinematic characteristics of a motor vehicle in case of oblique collision with side cable barriers

**G. P. Kolesnikova**

Peter the Great Military Academy of the Strategic Missile Troops (Balashikha, Russian Federation)

*Introduction.* A review of the application of theoretical mechanics methods for the development of algorithms of approximate analytical simulation of a motor vehicle (MV) movement in case of oblique collision with side cable barriers is performed. The representation of the MV as a material point in this type of collision is validated. The study

objective is to demonstrate the application of a physical model of a material point to describe the motor vehicle dynamics in the event of its oblique collision with side cable barrier.

*Materials and Methods.* A new physical model that describes the opposition to the motor vehicle movement from the side of a cable barrier in an oblique collision is proposed. New methods of approximate analytical construction of the MV movements during an oblique collision with the side cable barriers are presented. The analytical calculation results are verified by the data of the finite element (FE) simulation of the collision according to the data of field tests. The FE simulation was carried out using a multi-purpose finite element complex LS-Dyna.

*Results.* New analytical algorithms have been developed for the MV movement in case of an oblique collision with side cable barriers, as well as a new physical model describing the opposition to the MV movement from the side of cable barriers. The application of a physical model of a material point to study the motor vehicle dynamics during an oblique collision with side cable barriers is established scientifically, including the comparative analysis of the kinematic results of the virtual test with kinematic calculations obtained on the basis of algorithms for analytical construction of the MV movements.

*Discussion and Conclusions.* The analysis of the kinematic results of the virtual test in comparison with the analytical kinematic calculations has shown that the representation of a motor vehicle as a material point in case of an oblique collision with side cable barriers is reasonable since the MV movement is close to translational motion. The results obtained can be used in the development and analysis of the correctness of the FE modeling of a side collision of a motor vehicle with cable barriers.

**Keywords:** cable barrier, analytical modeling, motion trajectory, displacements, material point, motor vehicle, oblique collision.

**For citation:** G. P. Kolesnikova. Material point physical model rationale while studying kinematic characteristics of a motor vehicle in case of oblique collision with side cable barriers. *Advanced Engineering Research*, 2021, vol. 21, no. 1. p. 32–42. <https://doi.org/10.23947/2687-1653-2021-21-1-32-42>

**Введение.** Системы безопасности, предназначенные для организации транспортных потоков на дорожных трассах, способствуют минимизации неблагоприятных последствий дорожно-транспортных происшествий (ДТП). В настоящее время приобретают популярность тросовые дорожные ограждения, которые устанавливаются на разделительной полосе автомобильных дорог для предотвращения преднамеренных и непреднамеренных переездов транспортных средств через дорогу, а также на обочинах — для предотвращения выездов транспортных средств за пределы автомобильной дороги<sup>1</sup>.

Различные конструкции тросовых ограждений состоят из общих элементов: тросов, стоек, анкерных блоков, стяжных устройств, но разнятся по типу их монтажа<sup>2</sup> [1–4], в частности, по способу крепления тросов (рис. 1), что существенно влияет на формирование математических моделей. Также различно поведение стоек при наезде АТС. Стойки могут сминаться либо, выходя из гильз, компоноваться одна с другой и обеспечивать таким образом дополнительное торможение АТС [5].

Столкновение автомобиля с тросовым ограждением характеризуется сложной механикой взаимодействия, т. к. тросы обладают высокой степенью геометрической нелинейности, а стойки и грунт — высокой степенью физической нелинейности, при этом почти все процессы являются переходными [5].



Рис. 1. Некоторые виды стоек тросовых ограждений [6]

<sup>1</sup> Отраслевой дорожный методический документ ОДМ 218.6.017–2015. Методические рекомендации по применению дорожных ограждений различного типа на автомобильных дорогах федерального значения / рекомендован распоряжением Федерального дорожного агентства от 23.12.2015 № 2489-р. URL: <https://files.stroyinf.ru/Data2/1/4293757/4293757596.pdf> (дата обращения: 08.01.2021).

<sup>2</sup> Horne DA. Report 350 Acceptance of New York Three-Strand Cable Terminal. Office of Highway Safety Infrastructure, FHWA, U.S. Department of Transportation – Washington, D.C.; February 14, 2000. Available from: <https://highways.dot.gov/> (accessed: 21.01.2019).



Для определения траектории АТС можно использовать уравнения колебаний струны, используемые в аналитических расчетах аэрофинишеров<sup>1,2</sup> и вантовых конструкций<sup>3,4</sup>. Но в связи со сложностью конструкции ограждений возникают сложности формулировки краевых условий. Энергетические методы также дают набор уравнений, которые не решаются аналитически<sup>5</sup> [7]. Все это приводит к необходимости исследования ограждений с помощью инженерных пакетов прикладных программ как для моделирования самого тросового ограждения, так и системы краш-теста. При этом часто используется численный метод конечных элементов в явной постановке, реализуемый в программных комплексах LS-DYNA, MARC, NASTRAN и др. [5, 8, 9].

Недостатками построения КЭ-моделей являются: сложность разработки; длительность периода расчета (120 ч. и более); необходимость проверки правильности построения. Таким образом, период подготовки основы для исследования является довольно длительным. В связи с этим предложен метод приближенного аналитического расчета движения АТС по данным натурных испытаний, основанный на методах теоретической механики. Аналитический расчет позволяет проверить правильность разработанной КЭ-модели, а также сократить время исследования пассивной безопасности в 2–3 раза, поскольку для анализа пассивной безопасности уже нет необходимости строить КЭ-модель самого тросового ограждения, а использовать аналитически полученные перемещения.

**Материалы и методы.** В результате наблюдения за АТС в процессе натурных краш-тестов была выдвинута гипотеза: при наезде на боковые тросовые ограждения АТС можно представить как твердое тело, совершающее поступательное движение (рис. 2).

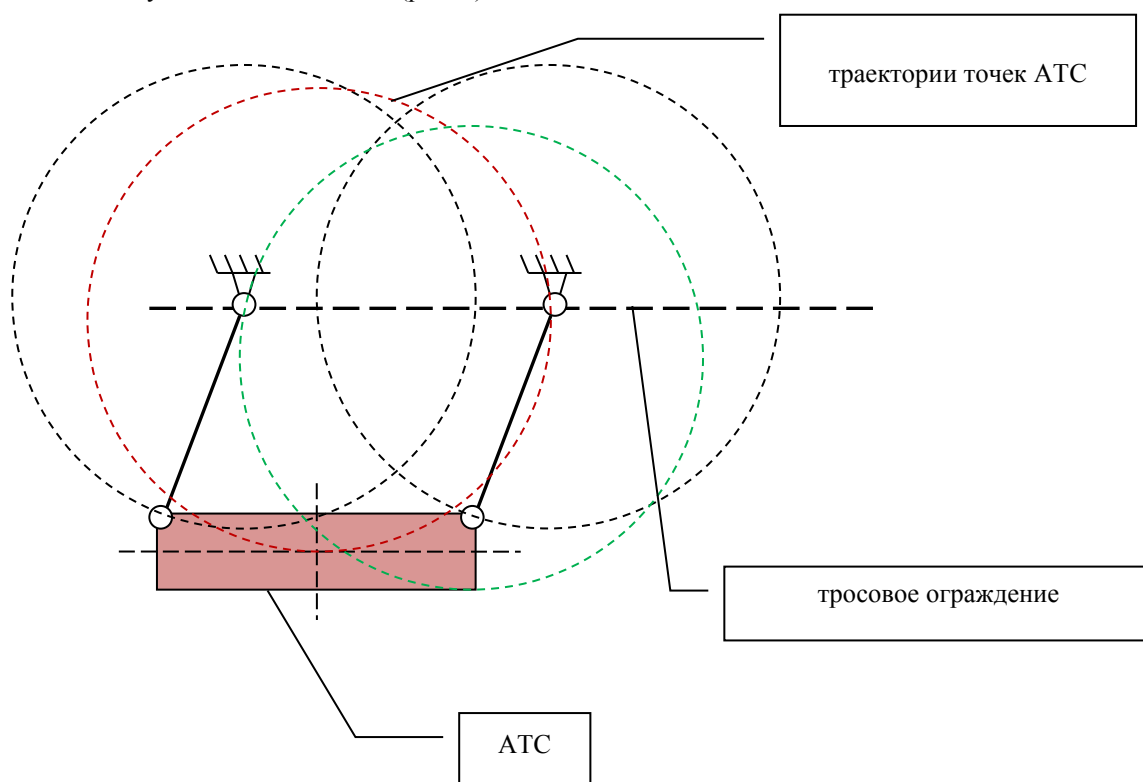


Рис. 2. Модель АТС как твердого тела, совершающего поступательное движение

Кроме того, делается ряд фундаментальных предположений о динамике АТС во время ДТП, обосновывающих использование предложенных теоретико-механических моделей явления:

- боковые и продольные замедления транспортного средства постоянны в течение интервала времени, необходимого для ориентации АТС параллельно недеформированному барьеру;
- вертикальные и вращательные ускорения автомобиля игнорируются;

<sup>1</sup> Нуралиева А. Б. О динамике троса космического лифта : автореф. дис. ... к-та физ.-мат. наук. М., 2012. 20 с.

<sup>2</sup> Михайлюк Д. С. Конечно-элементное моделирование и исследование динамики палубного аэрофинишера : автореф. дис. ... к-та техн. наук. СПб., 2009. 19 с.

<sup>3</sup> Дядькин С. Н. Обоснование, технология навесной сборки и мониторинг байтовых пролетных строений мостов с учетом климатических факторов (на примере моста через реку Обь у г. Сургута) : автореф. дис. ... к-та техн. наук. Волгоград, 2005. 20 с.

<sup>4</sup> Ле Тху Хыонг. Оптимизация параметров пролетных строений висячих мостов, усиленных и не усиленных наклонными вантами, при их проектировании с применением ПК : автореф. дис. ... к-та техн. наук. М., 1999. 25 с.

<sup>5</sup> Лось М. В. Численное моделирование поведения системы «тело-трос» с учетом изгибной жесткости троса и механизм петлеобразования : автореф. дисс. ... к-та физ.-мат. наук. М., 2000. 19 с.

- боковая составляющая скорости равна нулю после того, как транспортное средство перенаправлено параллельно перилам ограждения;
- поскольку транспортное средство перенаправляется, оно не входит в зацепление с перилами ограждения;
- деформация транспортного средства происходит в зоне удара, но положение его центра масс существенно не изменяется;
- центр масс автомобиля движется так, как будто вся его масса сосредоточена в этой точке;
- барьер может быть жестким или гибким;
- силы трения шин автомобиля о поверхность проезжей части игнорируются;
- система ограждений не содержит разрывов, которые могут привести к резким вертикальным движениям автомобиля.

При таком представлении движения автомобильное транспортное средство (рис. 3) возможно рассматривать как материальную точку некоторой массы  $m$  [10]. Начало отсчета декартовой системы координат соответствует точке начала контакта транспортного средства и ограждения. Движение материальной точки начинается со скоростью  $\vec{v}_0$ , направленной под углом  $\alpha$  к плоскости ограждения (оси  $x$ ) [6].

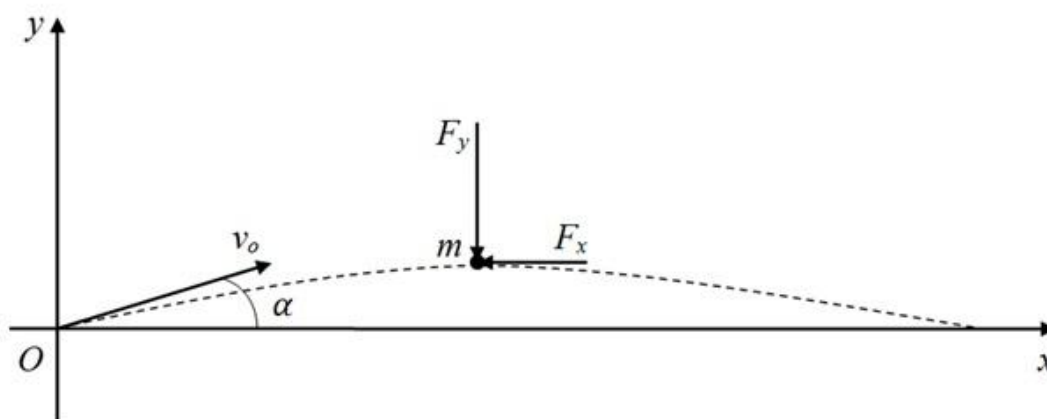


Рис. 3. Расчетная схема АТС [6]

Противодействие движению транспортного средства со стороны тросового ограждения моделировалось силами [6]:

- при боковом отклонении вдоль оси  $y$  — силой упругости  $P_y = -ky$  и диссипативным сопротивлением  $P_y^{dnc} = -b\dot{y}$ , то есть  $F_y = -ky - b\dot{y}$ ;
- сопротивление движению вдоль оси  $x$  — силой трения  $F_x = -fN_I$ , где  $N_I$  — сила инерционного давления, то есть  $N_I = m\ddot{y}$  [6].

В результате движение АТС описывается системой дифференциальных уравнений [6, 11]:

$$\begin{cases} \ddot{x} = -f\ddot{y}; \\ \ddot{y} + 2\epsilon\dot{y} + p^2 y = 0. \end{cases}$$

Решением системы являются перемещения в функции времени  $t$ :

$$\begin{cases} x(t) = -f\dot{y}(t) + v_0 (\cos \alpha + f \sin \alpha)t; \\ y(t) = \frac{v_0 \sin \alpha}{p} e^{-\epsilon t} \sin pt. \end{cases}$$

В [6] доказано, что сила трения Кулона со стороны дорожного ограждения не оказывает существенного влияния на моделируемое движение АТС. Физическое моделирование АТС как материальной точки не является новым при исследовании наезда на боковые ограждения. Такой подход был применен Р. М. Олсоном, Э. Р. Постом и Ф. Ф. Макфарландом при описании наезда автомобиля на жёсткие ограждения мостов [12]. Здесь расчет сопротивления бокового ограждения базировался только на классической модели трения Амонтона-Кулона.

В отличие от этой задачи характер взаимодействия АТС и ограждения в настоящей работе описан принципиально новой моделью. При внешней схожести постановки задачи физическая сущность взаимодействия АТС и ограждения качественно отличается от сущности взаимодействия с более жесткими

ограждениями. В настоящей работе это было учтено посредством силовых моделей Амонтона-Кулона с учетом силы инерционного нормального давления и модели сопротивления Кельвина-Фойхта.

Также, в контексте исследования характера наезда на тросовые ограждения следует отметить работу М. В. Bateman и др. [9]. Данные натурных испытаний, представленных в этой работе, явно демонстрируют, что при косом наезде на тросовые ограждения движение АТС близко к поступательному, когда угол рыскания не превышает  $10^\circ$ . Здесь процесс наезда описан двумя моделями:

1. Простая динамическая модель транспортного средства, где использовался метод Рунге-Кутты четвертого порядка для численного решения дифференциального уравнения движения АТС. При этом учитываются силы воздействия со стороны ограждения (натяжение троса) и дороги (сила трения по классической модели Амонтона-Кулона). Во время удара полагается, что колеса не требуют рулевого управления.

2. Квазистатическая модель ограждения, которая предназначена для расчета изменения напряженности тросов при изменении их геометрии в результате движения автомобиля.

В результате расчетная модель получилась достаточно громоздкой и требует численного решения, тогда как модель, предложенная в настоящей работе, предусматривает алгоритмы расчета, легко проводимые аналитически без применений численных методов.

**Приближенный аналитический расчет кинематических характеристик АТС.** В результате сделанных предположений получен алгоритм построения перемещения АТС, названный гармоническим [6]. Далее предложены квадратичный и кубический алгоритмы, основанные на построении полиномиальных функций перемещений [13]. Здесь противодействие движению АТС со стороны тросового ограждения вдоль оси  $y$  определяется некоторой функцией  $P_y(t)$ , в результате интегрирования которой функция перемещения АТС вдоль оси  $y$  имеет характер полинома второго, либо третьего порядка. Моделирование сопротивления движению вдоль оси  $x$  осталось прежним.

Проведем сравнительный анализ результатов приближенного аналитического расчета кинематических характеристик АТС. На рис. 4–6 представлены расчетные данные для автобуса Мерседес-Бенц-0345. При построении перемещений АТС использовались данные натурных испытаний Государственного научного центра РФ ФГУП «НАМИ».

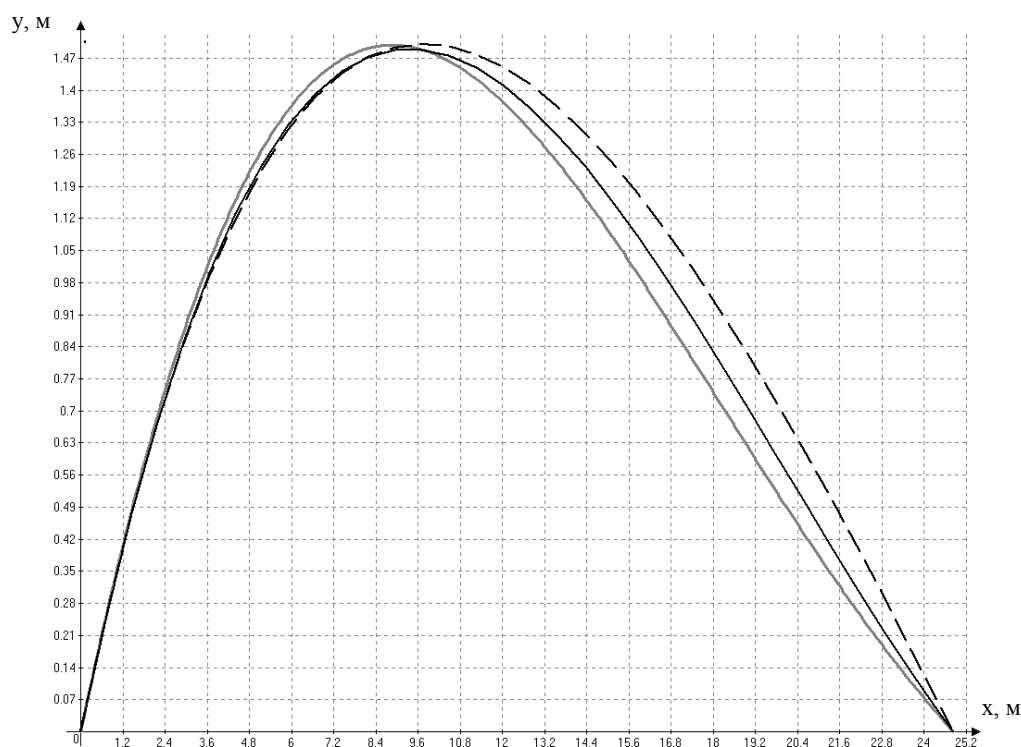


Рис. 4. Взаимозависимость отклонений  $x$ , м и  $y$ , м, рассчитанных методами: кубического приближения — черная сплошная линия; квадратичного приближения — пунктирная линия; гармонического приближения — серая линия [13]

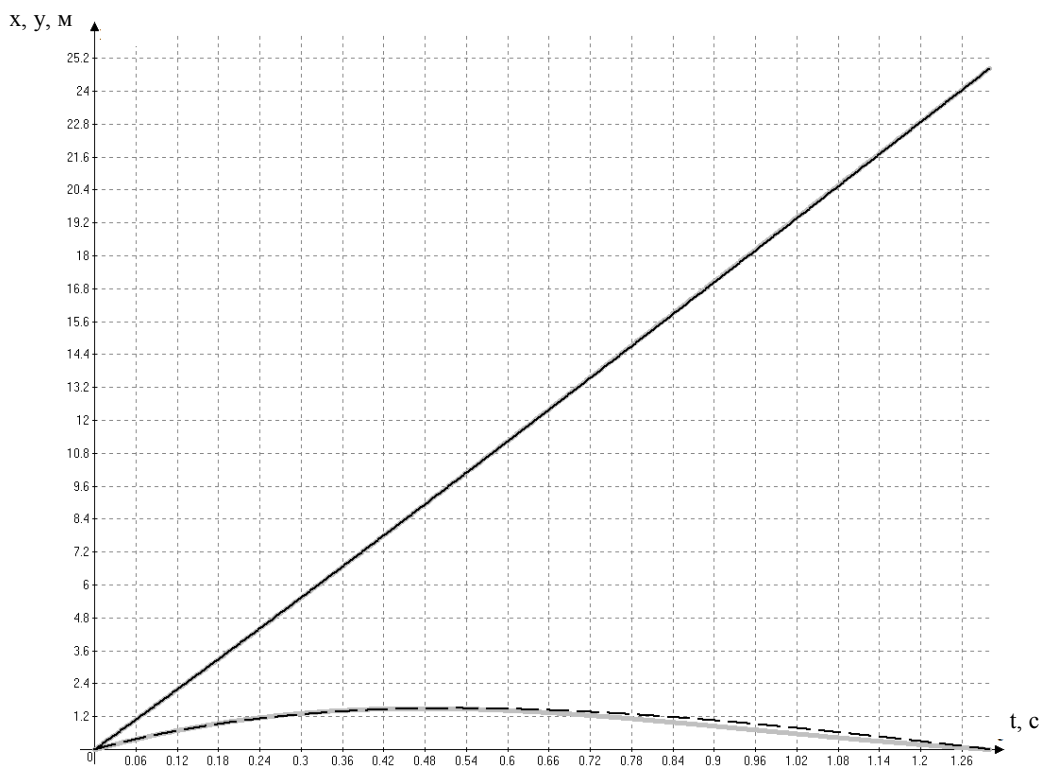


Рис. 5. Зависимости отклонений  $x$ , м и  $y$ , м, от времени  $t$ , с, рассчитанные методами квадратичного и гармонического приближения вдоль оси  $x$  — сплошная черная линия; вдоль оси  $y$ : пунктирная линия — методом квадратичного приближения, серая линия — методом гармонического приближения [13]

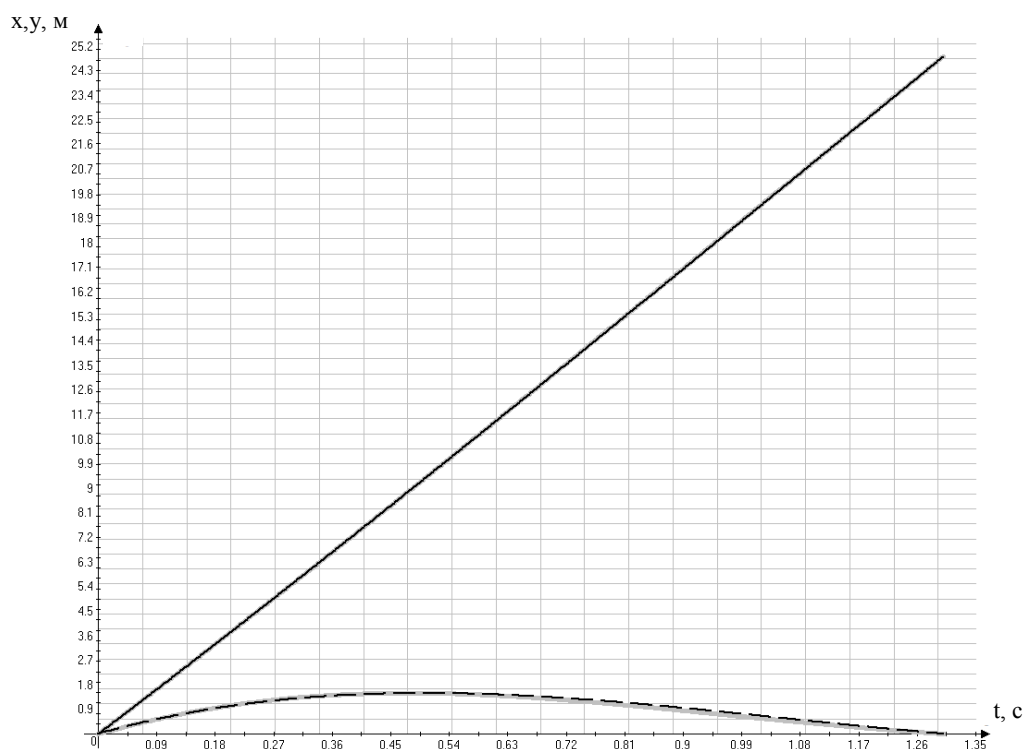


Рис. 6. Зависимости отклонений  $x$ , м и  $y$ , м от времени  $t$ , с, рассчитанные методами кубического и гармонического приближения вдоль оси  $x$  — сплошная черная линия; вдоль оси  $y$ : пунктирная линия — методом кубического приближения, серая линия — методом гармонического приближения [13]

Как видно из приведенных расчетных данных, расхождение аналитических методов между собой не превышает 20 %. Такие же вычисления были проведены и для автомобиля ГАЗ-3102 [12].

**Построение конечно-элементной модели контакта тросового ограждения и автобуса Мерседес-Бенц-0345.** Для анализа эффективности приближенного метода построения траектории движения АТС

разработана КЭ-модель взаимодействия тросового ограждения и автобуса Мерседес-Бенц-0345 в соответствии со стандартом организации СТО 521000-005-10690827-2015<sup>1</sup>, согласованным с Росавтодором в 2017 г. Согласно этому стандарту проводился монтаж тросовых ограждений для испытаний, результаты которых также были использованы при аналитическом моделировании траекторий и отклонений АТС. Объектом виртуальных испытаний были тросовые ограждения марки 14ДД/У4(300)-П-1, 1-3, 0-ГБ [11, 13] с параметрами:

- гильзы восьмигранные марки ГЗ 500/У;
- стойки СТД-2 состоят из двух элементов в виде квадратной трубы длиной 1500 м с размерами поперечного сечения 50×50×3 мм;
- шаг стоек с забетонированными гильзами на рабочем участке — 3 м;
- шаг на начальном и конечном участках — 2 м;
- высота стоек над поверхностью дорожного полотна — 1,1 м.

Параметры троса:

- трехрядный, семижильный;
- диаметр — 19 мм;
- расчетное разрывное усилие  $\approx 173$  кН;
- количество ветвей — 4.


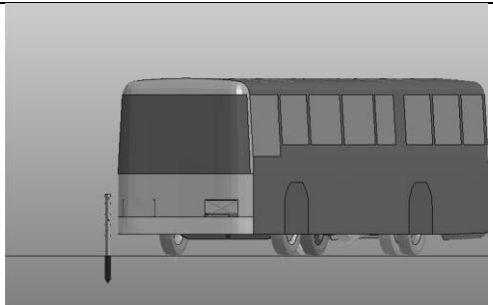

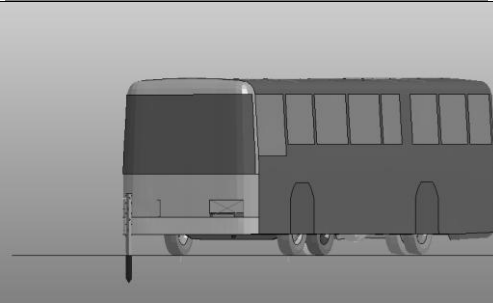
Параметры автобуса Мерседес-Бенц-0345 [12, 13]:

- полная масса — 14050 кг;
- габаритная длина — 12000 мм;
- габаритная ширина — 2500 мм.

Скорость вхождения АТС в контакт с ограждением — 69 км/ч. Угол между плоскостью ограждения и направлением движения АТС — 20° в соответствии с методикой ГОСТ Р 52721—2007 (пп. 6.1–6.6) [11, 13]. Покадровые изображения АТС по данным натурного<sup>2</sup> и виртуального испытаний представлены в таблице 1.

Таблица 1


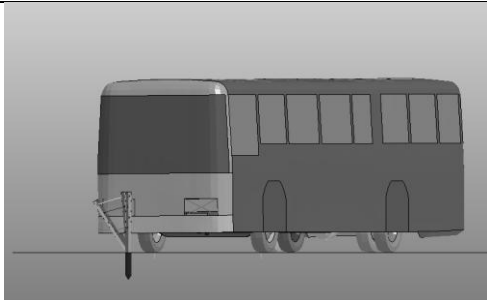

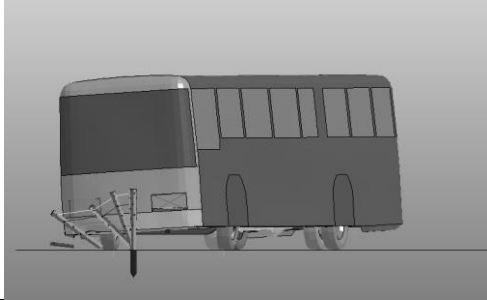

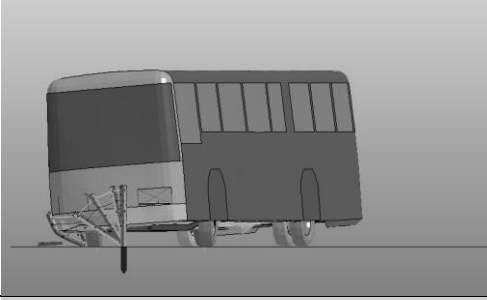

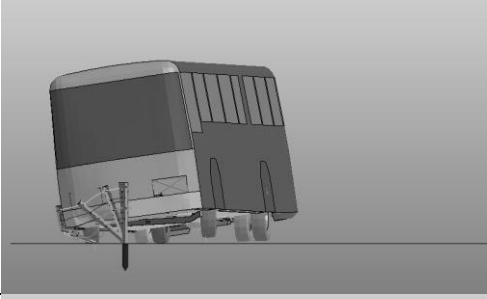

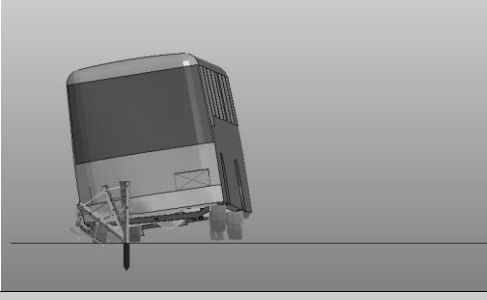

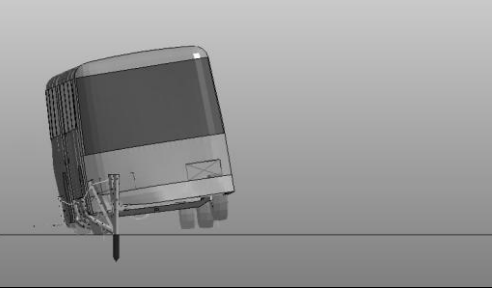
Сравнительные покадровые изображения АТС

| Момент времени $t$ , с | Вид испытаний   |  |
|------------------------|---|--|
|                        | натурные  | виртуальные  |
| 0,00                   |  |  |
| 0,16                   |  |  |

<sup>1</sup> СТО 521000-005-10690827—2015. Ограждения удерживающие боковые барьерного типа для автомобилей с применением секции балки из «с-образного» профиля / Предприятие «ПИК» // [rosavtodor.gov.ru](https://rosavtodor.gov.ru/storage/app/media/rosavtodor/b/2016/02/09/sto_521000_005_10690827_2015.pdf) URL: [https://rosavtodor.gov.ru/storage/app/media/rosavtodor/b/2016/02/09/sto\\_521000\\_005\\_10690827\\_2015.pdf](https://rosavtodor.gov.ru/storage/app/media/rosavtodor/b/2016/02/09/sto_521000_005_10690827_2015.pdf) (дата обращения: 10.01.2021).

<sup>2</sup> СТО 10690827-001—2015 Ограждения дорожные удерживающие боковые деформируемые, тросового типа. Технические условия / Предприятие «ПИК» // [rosavtodor.ru](http://rosavtodor.ru) URL: <http://rosavtodor.ru/storage/app/media/uploaded-files/sto-10690827-001-2015.pdf> (дата обращения: 08.01.2021).



| Момент времени $t$ , с | Вид испытаний   |  |
|------------------------|---|--|
|                        | натурные  | виртуальные  |
| 0,32                   |    |    |
| 0,48                   |    |    |
| 0,64                   |   |   |
| 0,80                   |  |  |
| 0,96                   |  |  |
| 1,12                   |  |  |

Результаты натурных испытаний практически совпали с результатами виртуальных испытаний, т. к. в обоих случаях динамический прогиб ограждения составил 1,5 м; длина пути взаимодействия АТС с ограждением по расчету — 23,5 м, по результатам натурных испытаний — 25 м. Относительная погрешность по длине пути взаимодействия АТС с ограждением не превысила 6 %.

**Результаты исследования.** В результате виртуального испытания с использованием разработанной КЭ-модели тросового ограждения определены траектории характерных точек автобуса Мерседес-Бенц-0345. На рис. 7 отмечены точки АТС, для которых снимались показания, точка *C* соответствует центру тяжести.

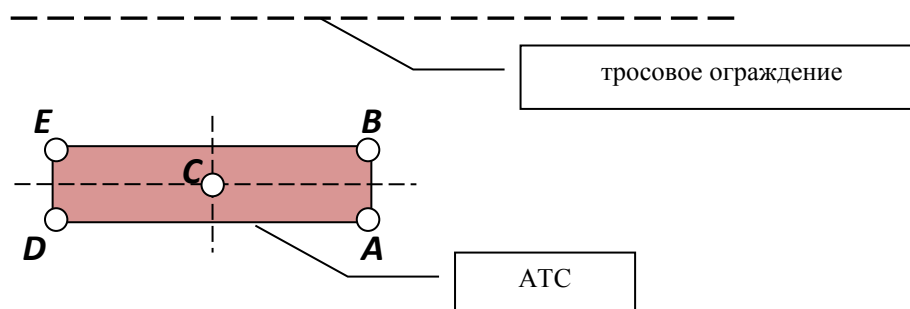


Рис. 7. Выбранные для анализа точки АТС: *A, B* — на лобовой поверхности; *D, E* — на задней поверхности

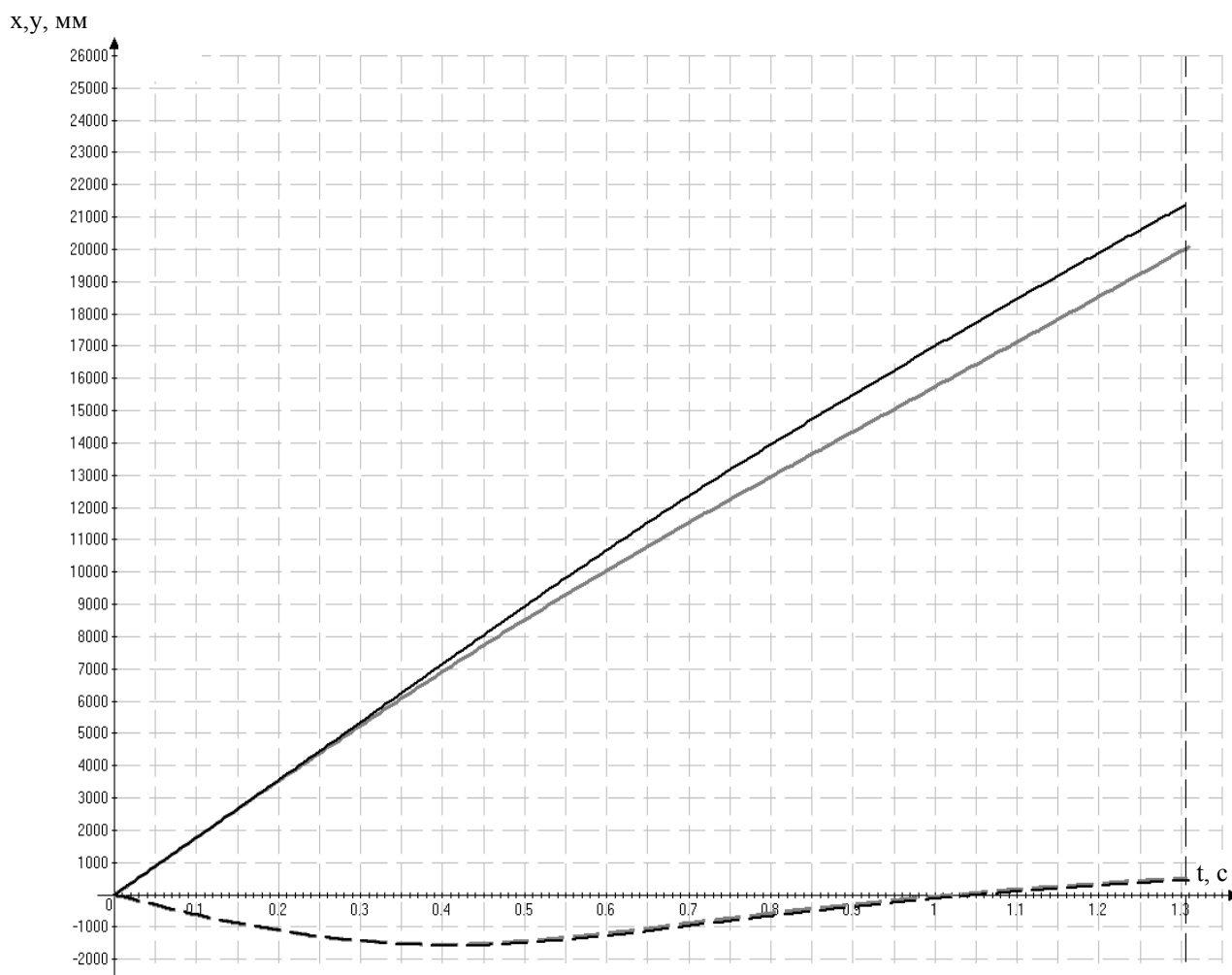


Рис. 8. Зависимость перемещений характерных точек АТС от времени. Пунктирная линия — для точек *A* и *B* вдоль оси  $y$ ; сплошные линии — вдоль оси  $x$ : черная — для точки *A*, серая — для точки *B*

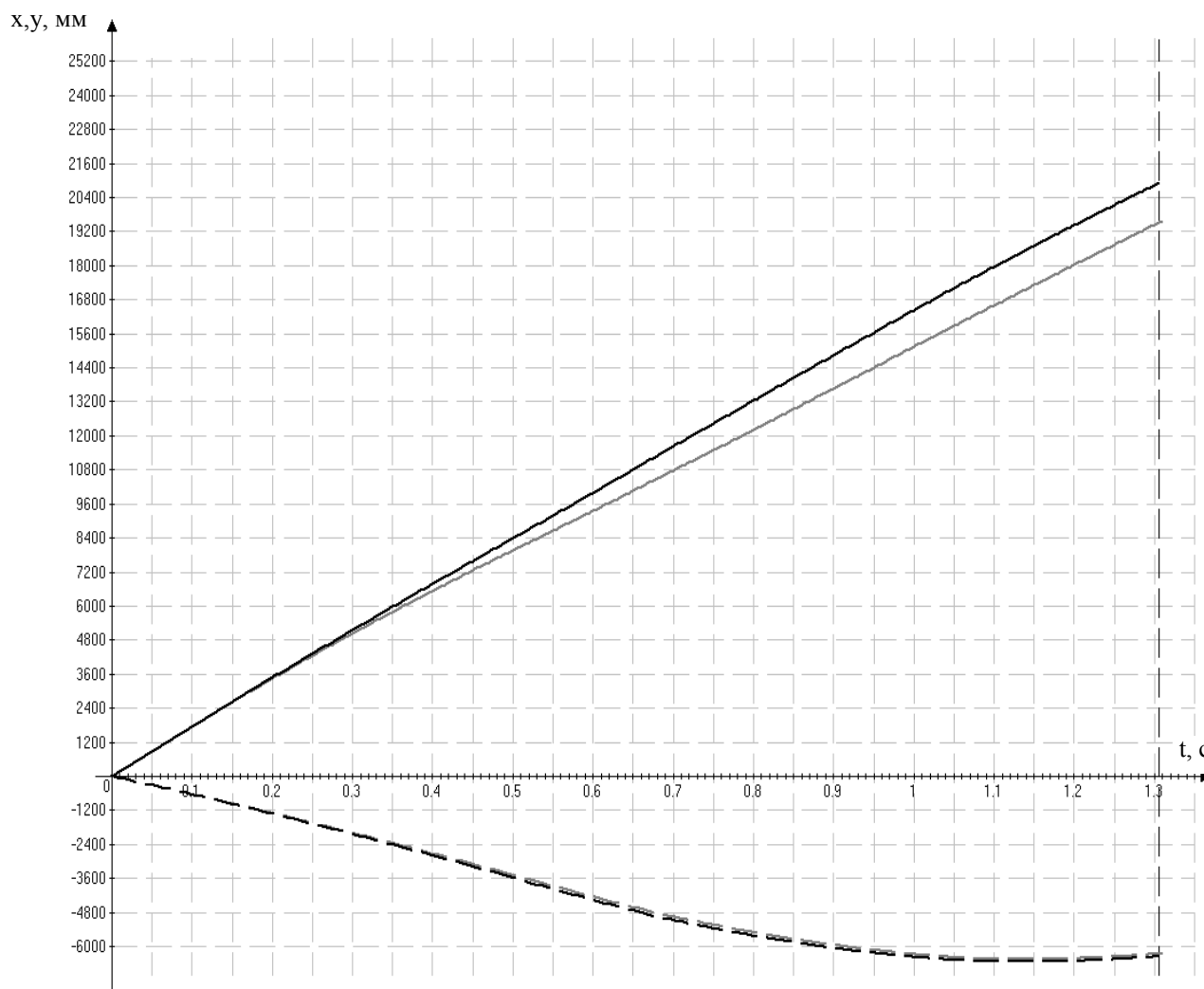


Рис. 9. Зависимость перемещений характерных точек АТС от времени. Пунктирная линия — для точек *D* и *E* вдоль оси *y*; сплошные линии — вдоль оси *x*: черная — для точки *D*, серая — для точки *E*

Как видно из представленных данных, перемещения точек *A*, *B* и *D*, *E* вдоль оси *y* попарно совпадают. Тоже можно наблюдать и для скоростей. Таким образом, при косом наезде АТС на боковые тросовые ограждения движение АТС действительно близко к поступательному.

**Обсуждение и заключения.** Проведенный анализ кинематических результатов виртуального испытания в сравнении с аналитическими кинематическими расчетами показывает, что представление АТС в качестве материальной точки при его косом наезде на боковые тросовые ограждения является обоснованным, так как движение АТС близко к поступательному. Однако, при необходимости для более точного аналитического расчета кинематических характеристик движения точек, находящихся в областях, близких к точкам *C*, *D*, *E* необходим дополнительный аналитический расчет, например, с использованием уравнений плоскопараллельного движения твердого тела.

#### Библиографический список

1. McClanahan, D. Washington State Cable Median Barrier In-Service Study / D. McClanahan, R. B. Albin, J. C. Milton // In: Presentation at the 83-rd Annual Meeting of the National Transportation Research Board, Washington D. C. – 2004. – Available from: <http://www.wsdot.wa.gov/publications/fulltext/Policy/CableBarriersubmittalforTRB.pdf> (accessed : 02.11.2020)
2. Amato, G. A scaling method for modeling the crashworthiness of novel roadside barrier designs / G. Amato, B. Ghosh, F. O'Brien [et al.] // International Journal of Crashworthiness. – 2013. – Vol. 18, iss. 3. – Available from: <https://www.tandfonline.com/doi/full/10.1080/13588265.2013.783429>. (accessed : 23.11.2020)
3. Tuan, C. Y. Progressive failure simulation of security cable barriers / C. Y. Tuan, R. D. Sarmah, A. Y. Tuan [et al.] // International Journal of Nonlinear Sciences and Numerical Simulation. – 2010. – Vol. 11(9). – P. 755–775.

4. Hunter, W. W. Three-Strand Cable Median Barrier in North Carolina / W. W. Hunter, J. R. Stewart, K. A. Eccles [et al.] // Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board. – 2001. – Vol. 1743, iss. 1. – P. 97–103.
5. Карпов, И. А. Разработка конечно-элементных моделей тросовых дорожных ограждений с использованием программного комплекса LS-DYNA / И. А. Карпов // Автомобиль. Дорога. Инфраструктура : [сайт]. — 2014. — № 2(2). — URL : [https://www.adi-madi.ru/madi/article/view/91/pdf\\_36](https://www.adi-madi.ru/madi/article/view/91/pdf_36) (дата обращения : 08.01.2021).
6. Колесникова, Г. П. Приближенное математическое моделирование траектории движения АТС при косом наезде на боковые тросовые ограждения / Г. П. Колесникова, А. Р. Гасайниев // Автомобиль. Дорога. Инфраструктура : [сайт]. — 2018. — № 1(15). — URL: <https://www.adi-madi.ru/madi/article/view/515> (дата обращения: 08.01.2021).
7. Райнус, Г. Э. Расчет многопролетных тросов и многопролетных ферм из тросов / Г. Э. Райнус. — Ленинград : Стройиздат, 1968. — 135 с.
8. Демьянушко, И. В. Расчетно-экспериментальный анализ тросовых дорожных ограждений безопасности / И. В. Демьянушко, А. Г. Общев. // Вопросы строительной механики и надежности машин и конструкций : сб. стат. — Москва : Изд-во Мос. авто.-дор. гос. техн. ун-та, 2012. — С. 34–44.
9. Bateman, M. B. Validation of a computer simulation of the impact performance of a wire rope safety fence / M. B. Bateman, I. C. Howard, J. M. Walton [et al.] // Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C : Journal of Mechanical Engineering Science. – 2007. – Vol. 221, iss. 12. – P. 1557–1570.
10. Курс теоретической механики / В. И. Дронг, В. В. Дубинин, М. М. Ильин [и др.]. — 5-е изд., испр. — Москва : Изд-во Мос. гос. техн. ун-та им. Н. Э. Баумана, 2017. — 580 с.
11. Колесникова, Г. П. Аналитический расчет кинематических характеристик автомобильного транспортного средства при косом наезде на боковые тросовые ограждения с учетом удара / Г. П. Колесникова // Автомобиль. Дорога. Инфраструктура : [сайт]. — 2019. — № 4(22). — URL: [https://www.adi-madi.ru/madi/article/view/833/pdf\\_480](https://www.adi-madi.ru/madi/article/view/833/pdf_480) (дата обращения : 08.01.2021).
12. Olson, R. M. Tentative service requirements for bridge rail systems / R. M. Olson, E. R. Post, W. F. McFarland // Highway research board. National academy of Sciences – National research council. – 1970. – Available from: [http://onlinepubs.trb.org/Onlinepubs/nchrp/nchrp\\_rpt\\_86.pdf](http://onlinepubs.trb.org/Onlinepubs/nchrp/nchrp_rpt_86.pdf). (accessed : 02.11.2020)
13. Колесникова, Г. П. Приближенные методы аналитического моделирования траектории движения АТС при косом наезде на боковые тросовые ограждения / Г. П. Колесникова // Автомобиль. Дорога. Инфраструктура : [сайт]. — 2018. — № 2(16). — URL: [https://www.adi-madi.ru/madi/article/view/568/pdf\\_354](https://www.adi-madi.ru/madi/article/view/568/pdf_354) (дата обращения : 08.01.2021).

Сдана в редакцию 02.11.2020

Запланирована в номер 25.01.2021

*Об авторе:*

**Колесникова Галина Петровна**, преподаватель кафедры «Механика» ФГКВОУ ВО «Военная академия Ракетных войск стратегического назначения им. Петра Великого» (143900, РФ, г. Балашиха, ул. Карбышева, 8), ResearcherID: [D-9839-2018](https://orcid.org/0000-0003-3392-9281), ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-3392-9281>, [kolesnikovagp@mail.ru](mailto:kolesnikovagp@mail.ru)

*Автор прочитал и одобрил окончательный вариант рукописи.*

# МАШИНОСТРОЕНИЕ И МАШИНОВЕДЕНИЕ

## MACHINE BUILDING AND MACHINE SCIENCE



УДК 519.216.2

<https://doi.org/10.23947/2687-1653-2021-21-1-43-54>

### Метод обратного анализа при математическом моделировании гидродинамического балласта в буровой установке

И. Р. Антибас<sup>1</sup>, А. Г. Дьяченко<sup>1</sup>, Б. И. Саед<sup>2</sup><sup>1</sup> ФГБОУ ВО «Донской государственный технический университет» (г. Ростов-на-Дону, Российская Федерация)<sup>2</sup> Университет «Алеппо» (г. Алеппо, Сирийская Арабская Республика)

**Введение.** При организации бурильных работ одна из основных проблем — точность и плавность опускания связок труб в шахту бурильной установки. Это зависит от многих факторов, в том числе от работы гидротормоза подъемного устройства. Цели данной работы: создание и исследование математической модели гидродинамического балласта в буровой установке. С помощью метода обратного анализа изучено влияние некоторых эксплуатационных показателей на тормозной момент гидравлического тормоза.

**Материалы и методы.** Эксперименты проводились с использованием лабораторной установки, которая представляет собой модель гидродинамического тормоза. Его клапан закрывали при различных условиях, чтобы получить несколько значений давления с расчетом тормозного момента при подвешенном грузе определенной массы. Моделировались реальные (полевые) условия работы гидродинамического тормоза и сравнивались полученные результаты. При создании математической модели использован метод обратного анализа. Он основан на результатах экспериментальных измерений и позволяет выразить совокупность влияний отдельных переменных на тормозной момент.

**Результаты исследования.** Создана и протестирована математическая модель гидравлического тормоза. Определена зависимость тормозного момента от давления, плотности и вязкости балластной жидкости. Влияние каждой переменной определено экспериментально, т. к. рассматриваемую зависимость нельзя представить в виде прямой связи. Методом обратного анализа получен набор значений констант, которые дают оптимальное решение. Принимая во внимание стандартный массив ошибок и минимальную стандартную ошибку, учтены статистические ошибки, допущенные во время экспериментальных измерений. Визуализирован физически приемлемый диапазон значений предложенной математической модели. С помощью базовой (нелинейной) математической модели рассчитан вспомогательный тормозной момент гидродинамического тормоза в зависимости от давления, плотности и вязкости. Установлена адекватность предложенной модели. В качестве критерия корректности использовались расчетные показатели тормозного момента. Ошибочное расхождение не превысило 6 %. Для дополнительного тестирования модели проведен расчетный эксперимент, имитирующий полевые условия.

**Обсуждение и заключения.** Для математического моделирования гидродинамического балласта в буровой установке целесообразно использовать метод обратного анализа. Модель, предложенная в данной работе, связывает тормозной момент гидродинамического тормоза с рабочими параметрами жидкости внутри балласта: давление, вязкость и плотность. Доказана объективность модели. Предложена поправка к ней для симуляции работы тормоза в полевых условиях. Опираясь на полученные результаты, в будущих исследованиях целесообразно испытать созданную модель в полевых условиях с реальной полезной нагрузкой.

**Ключевые слова:** гидромеханический балласт, математическое моделирование, метод обратного анализа.

**Для цитирования:** Антибас, И. Р. Метод обратного анализа при математическом моделировании гидродинамического балласта в буровой установке / И. Р. Антибас, А. Г. Дьяченко, Б. И. Саед // Advanced Engineering Research. — 2021. — Т. 21, № 1. — С. 43–54. <https://doi.org/10.23947/2687-1653-2021-21-1-43-54>

© Антибас И. Р., Дьяченко А. Г., Саед Б. И., 2021





## Inverse analysis method for mathematical modeling of hydrodynamic ballast in a drilling rig

I. R. Antypas<sup>1</sup>, A. G. Dyachenko<sup>1</sup>, B. I. Saed<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Don State Technical University (Rostov-on-Don, Russian Federation)

<sup>2</sup> University of Aleppo (Aleppo, Syrian Arab Republic)

**Introduction.** When organizing drilling operations, one of the major problems is the accuracy and smoothness of lowering bundles of pipes into the shaft of the drilling rig. This depends on many factors, including the operation of the hydraulic brake of the lifting device. The objectives of this work are to create and study a mathematical model of hydrodynamic ballast in a drilling rig. Using the inverse analysis method, the effect of some performance indicators on the braking torque of the hydraulic brake is studied.

**Materials and Methods.** The experiments were performed using a laboratory setup, which is a model of a hydrobrake. Its valve was closed under various conditions to obtain several pressure values with the calculation of the braking torque when a certain weight was suspended. The real (field) operating conditions of the hydromatic brake were simulated, and the results obtained were compared. When creating a mathematical model, the inverse analysis method is used. It is based on the results of experimental measurements and provides expressing the totality of the effects of individual variables on the braking torque.

**Results.** A mathematical model of the hydraulic brake has been created and tested. The dependence of the braking torque on the pressure, density, and viscosity of the ballast fluid is determined. The influence of each variable is determined experimentally since the dependence under consideration cannot be represented as a direct relationship. The inverse analysis method is used to obtain a set of constant values that give the optimal solution. Taking into account the standard error array and the minimum standard error, the statistical errors made during experimental measurements are considered. The physically acceptable range of values of the proposed mathematical model is visualized. Using a basic (nonlinear) mathematical model, the auxiliary braking torque of a hydrobrake is calculated as a function of pressure, density, and viscosity. The proposed model validity is established. The calculated values of the braking torque were used as a criterion of correctness. The erroneous discrepancy did not exceed 6 %. For additional testing of the model, a computational experiment simulating field conditions was performed.

**Discussion and Conclusions.** For mathematical modeling of hydrodynamic ballast in a drilling rig, it is advisable to use the inverse analysis method. The model proposed in this paper relates the braking torque of a hydrobrake to the operating parameters of the fluid inside the ballast: pressure, viscosity, and density. The objectivity of the model is validated. An amendment to it is proposed to simulate the operation of the brake in the field. Based on the results obtained, in future studies it is advisable to test the created model in the field with a real payload.

**Keywords:** hydromechanical ballast, mathematical modeling, inverse analysis method.

**For citation:** I.R. Antypas, A.G. Dyachenko, B.I. Saed. Inverse analysis method for mathematical modeling of hydrodynamic ballast in a drilling rig. Advanced Engineering Research. 2021, vol. 21, no. 1, p. 43–54. <https://doi.org/10.23947/2687-1653-2021-21-1-43-54>

**Введение.** При обустройстве буровых установок операции подъема и опускания бурильных труб обеспечиваются подъемными устройствами (катушками). Они снабжены тормозами двух типов, основной из которых — механический. В процессе бурения вес труб превышает полезную нагрузку. Для его компенсации вводят вспомогательный регулировочный балласт, предназначенный для снижения скорости при установке группы бурильных труб [1–4].

Балласты используют для контроля нагрузки и скорости движения крюка, а также для поглощения кинетической энергии группы скважинных бурильных труб. Помимо этого балласты:

- снижают усилия на буровой установке, особенно при больших нагрузках;
- уменьшают износ основных механических балластных элементов;
- помогают медленно и плавно остановить груз, прикрепленный к крюку.

Один из типов вспомогательных тормозов — гидродинамический. В этом случае находящаяся в балласте вода преобразует часть поглощенной кинетической энергии подъемной оси в тепловую, и за счет этого опускаются и поднимаются трубы [5–7].

При манипуляциях с трубами ось тормоза соединяется с осью подъемных устройств. Во время операции подвижная часть установки вытесняет воду в направлении наклонных лопастей внутри статора и вращается со скоростью, равной скорости вращения оси подъемных устройств. Вода попадает на ребра статора, а затем на его детали. Процесс повторяется, и увеличиваются силы, препятствующие движению ротора. Это создает тормозной момент, который отражает вращательное движение осей подъемных устройств и уменьшает скорость вращения. В результате скорость спуска группы бурильных труб уменьшается [8–10].

Коэффициент безопасности торможения (если его значение не превышает допустимого) координирует вспомогательную гидродинамическую работу и эффекты от работы двух основных тормозных систем, а также обеспечивает более длительное время обслуживания элементов главного тормоза. Это происходит за счет уменьшения износа фрикционных дисков и плоскостей тормозных колес. Увеличение тормозного момента балласта позволяет обеспечить правильное тормозное движение цилиндрического подъемника. Это свидетельствует о важности исследования гидродинамического тормоза.

Гидравлическая мощность тормоза  $N$  определяется из соотношения:

$$N = \rho \cdot g \cdot Q \cdot H, \quad (1)$$

где  $\rho$  — плотность рабочей жидкости (пресной воды);  $g$  — ускорение свободного падения;  $Q$  — количество израсходованной рабочей жидкости, равное объему рабочей жидкости, которая проходит через систему ребер за один рабочий цикл;  $H$  — высота (уровень) рабочей жидкости в балласте.

Тормозной момент  $M_B$  принудительного торможения двигателя определяется соотношением

$$M_B = \rho \cdot g \cdot Q \cdot H / \omega, \quad (2)$$

где  $\omega$  — угловая скорость вращения движущегося участка балласта.

Показатели кинематического торможения оребренных гидравлических машин определяются по известным теоретическим соотношениям тормозного момента:

$$M_B = \lambda_M \cdot \rho \cdot (D^5 - d^5) \cdot \omega^2, \quad (3)$$

$$M_B = \lambda_M \cdot \rho \cdot (D^5 - d^5) \cdot \frac{n^2}{100}. \quad (4)$$

Здесь  $D$  — наружный диаметр «кольца» рабочей жидкости, образованного при вращении колеса ротора и принятого равным диаметру колеса подвижной секции;  $d$  — внутренний диаметр кольца рабочей жидкости, который зависит от уровня балласта;  $n$  — число оборотов движущегося участка балласта (число вращающихся осей), об/мин:

$$\left( \omega = \frac{2\pi n}{60} \Rightarrow \omega^2 = \frac{n^2}{100} \right).$$

Коэффициент гидравлического тормозного момента  $\lambda_M$  — безразмерная величина, учитывающая форму рабочих полостей в балласте, параметры и количество тормозных ребер. В практических расчетах среднее значение коэффициента гидравлического тормозного момента принимается 0,3.

Цель исследования — изучить влияние некоторых эксплуатационных показателей на тормозной момент гидравлического тормоза, который представляет собой давление внутри тормозной камеры, а также на плотность и вязкость рабочей жидкости внутри балласта. Этих показателей нет в соотношении (4), поэтому примем, что тормоз работает при атмосферном давлении в 1 атмосферу, жидкость представляет собой пресную воду с плотностью 1 г/см<sup>3</sup> и вязкостью 1 стокс.

**Материалы и методы.** Лабораторные эксперименты проводились в университете Алеппо (Сирийская Арабская Республика) на установке, представляющей собой модель ингибирования гидродинамического тормоза (рис. 1).

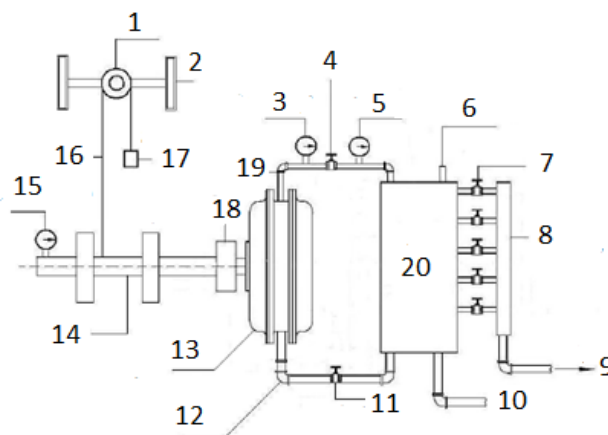


Рис. 1. Лабораторная установка — модель ингибирования гидродинамического тормоза: 1 — шкив, 2 — подлокотник шкива, 3 — манометр, 4 — выпускной клапан, 5 — термометр, 6 — отверстие в верхней части бака, 7 — регулирующие клапаны уровня жидкости, 8 — выходной канал для жидкости, 9 — выход жидкости из резервуара, 10 — клапан слива жидкости, 11 — впускной клапан, 12 — входная линия, 13 — гидравлический тормоз, 14 — катушка, 15 — измеритель количества циклов, 16 — трос, 17 — полезная нагрузка, 18 — концентратор связи, 19 — линия управления, 20 — бак для жидкости

### Этапы экспериментов

1. Резервуар и балласт заполняют жидкостью до требуемого уровня (0,106 м до уровня первого клапана).
2. С помощью ручного рычага, связанного с катушкой, на 0,317 м поднимают подвешенный на крюке груз. Он весит 8 кг и соединен с тросом.
3. Позволяют связке труб упасть под собственным весом.
4. Снимают показания с индикатора оборотов оси катушки.
5. Затем фиксируют влияние показателей, полученных в ходе лабораторных экспериментов по изучению гидравлического торможения:
  - давление, создаваемое в тормозной камере ( $P$ );
  - плотность рабочей жидкости ( $\rho$ );
  - вязкость рабочей жидкости ( $\mu$ ).

Сначала рассчитывают тормозной момент вспомогательного гидродинамического тормоза по соотношению (4). С этой целью определяются значения  $n$ ,  $D$ ,  $d$ .

Наружный диаметр «кольца» рабочей жидкости  $D$  образуется при вращении колеса подвижной секции (ротора) и принимается равным его диаметру. Диаметр  $D$  движителя лабораторной установки в практических экспериментах равен 0,33 м.

Внутренний диаметр кольца рабочей жидкости  $d$  зависит от уровня балласта. Для определения этого диаметра выравниваются объемы:

- рабочей жидкости внутри балласта;
- жидкости в «кольце», которое образуется при вращении подвижной секции внутри балласта и ограничивается высотой охлаждающей жидкости в баке (0,106 м).

При  $D = 0,33$  м рабочий объем балластной жидкости — 2,85 литра. Расчеты показали, что внутренний диаметр  $d = 0,283$  м.

Число оборотов  $n$  связано с подвешенным грузом. Если тормоз не работает, то это число оборотов намоточного устройства. Если же оно отделено от тормоза, то  $n$  берется из лабораторных экспериментов: при весе груза 8 кг  $n = 240$  об/мин.

Рассчитаем момент гидравлического торможения для веса 8 кг, прикрепленного к крюку. Во время эксперимента бак был заполнен пресной водой до уровня первого клапана (0,106 м) при следующих показателях: давление  $P = 1$  атм, плотность жидкости  $\rho = 1$  г/см<sup>3</sup> и вязкость жидкости  $\mu = 1$  Ст. Поэтому момент гидравлического торможения:

$$M_b = 0,3 \cdot 1000 \cdot (0,33^5 - 0,283^5) \cdot \frac{240^2}{100} = 355 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Рассмотрим соотношение, обратное (2). В первую очередь речь идет об обратной зависимости между крутящим моментом и угловой скоростью ( $\omega$ ). Уменьшение числа оборотов  $n$  на 20 % при увеличении плотности жидкости означает увеличение крутящего момента на 20%. Учтем допустимое значение тормозного момента 355 Н·м. В итоге получим искомую величину тормозного момента при следующих показателях: давление  $P = 1$  атм, плотность  $\rho = 1$  г/см<sup>3</sup> и вязкость жидкости  $\mu = 1$  Ст.

Применительно к данной работе отметим следующее. При определении тормозного момента гидравлического тормоза учитывают число оборотов катушки, связанной с осью тормоза (то есть во время торможения): уменьшение числа оборотов намотки на определенный процент означает такое же увеличение крутящего момента.

**Влияние давления внутри балласта на тормозной момент гидравлического тормоза.** Внутри гидравлического тормоза создали давление жидкости, закрыв клапан на линии выхода жидкости. Провели лабораторный эксперимент и расчет тормозного момента при подвешенном грузе массой 8 кг. Результаты представлены в таблице 1.

Таблица 1

Изменение тормозного момента гидравлического тормоза при изменении давления внутри балласта

| Давление внутри балласта, атм                    | 1   | 1,25 | 1,4 | 1,55 | 1,7 | 1,85 |
|--|-----|------|-----|------|-----|------|
| Левое граничное значение крутящего момента, Н·м  | 105 | 104  | 103 | 100  | 95  | 90   |
| Правое граничное значение крутящего момента, Н·м | 355 | 359  | 363 | 372  | 388 | 405  |

На рис. 2 показано изменение тормозного момента при изменении давления внутри балласта.

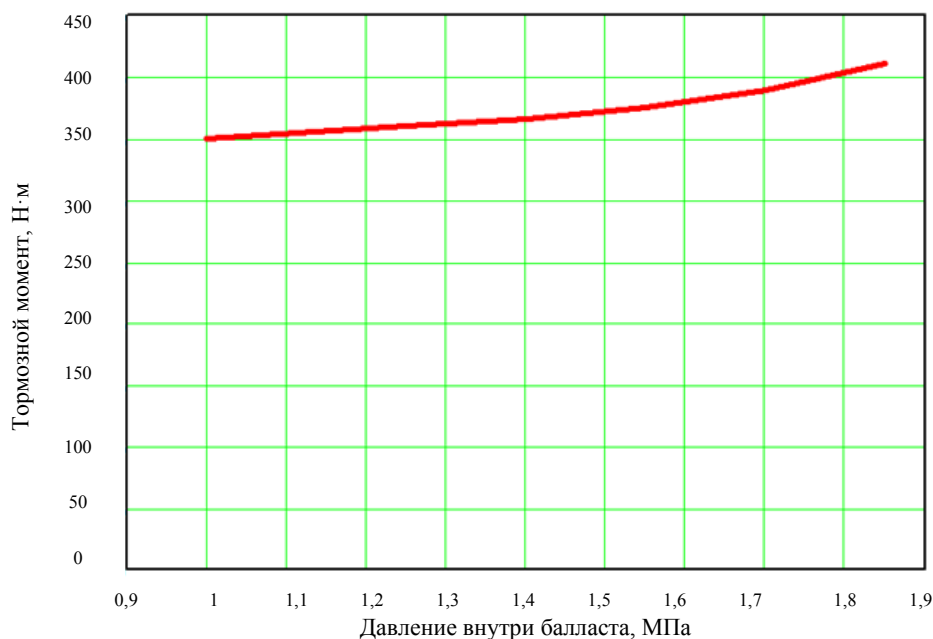


Рис. 2. Изменение тормозного момента при разном давлении внутри балласта

**Влияние плотности рабочей жидкости на тормозной момент.** В экспериментах использованы химические вещества, которые увеличивают плотность воды, не подвергая коррозии элементы лабораторного оборудования.

Рассмотрены различные концентрации растворенных в воде веществ для получения балластной жидкости разной плотности. Условия те же: исследуется тормозной момент при подвешенном грузе 8 кг (таблица 2).

Таблица 2

Зависимость тормозного момента от плотности жидкости, числа витков катушки и добавок в балластную жидкость

|                      |     |       |      |      |      |      |
|----------------------|-----|-------|------|------|------|------|
| Плотность жидкости   | 1   | 1,065 | 1,09 | 1,11 | 1,13 | 1,15 |
| Число витков катушки | 105 | 104   | 102  | 99   | 95   | 91   |
| Соли хлорида натрия  |     |       |      |      |      |      |
| Тормозной момент     | 355 | 359   | 366  | 375  | 388  | 402  |
| Пищевой сахар        |     |       |      |      |      |      |
| Тормозной момент     | 355 | 359   | 363  | 368  | 378  | 388  |

Отмечено очень слабое изменение вязкости при увеличении концентрации соли хлорида натрия. Можно считать, что вязкость жидкости приблизительно равна 1 Ст.

На рис. 2 показана зависимость тормозного момента от плотности рабочей жидкости при использовании соли хлорида натрия и пищевого сахара.

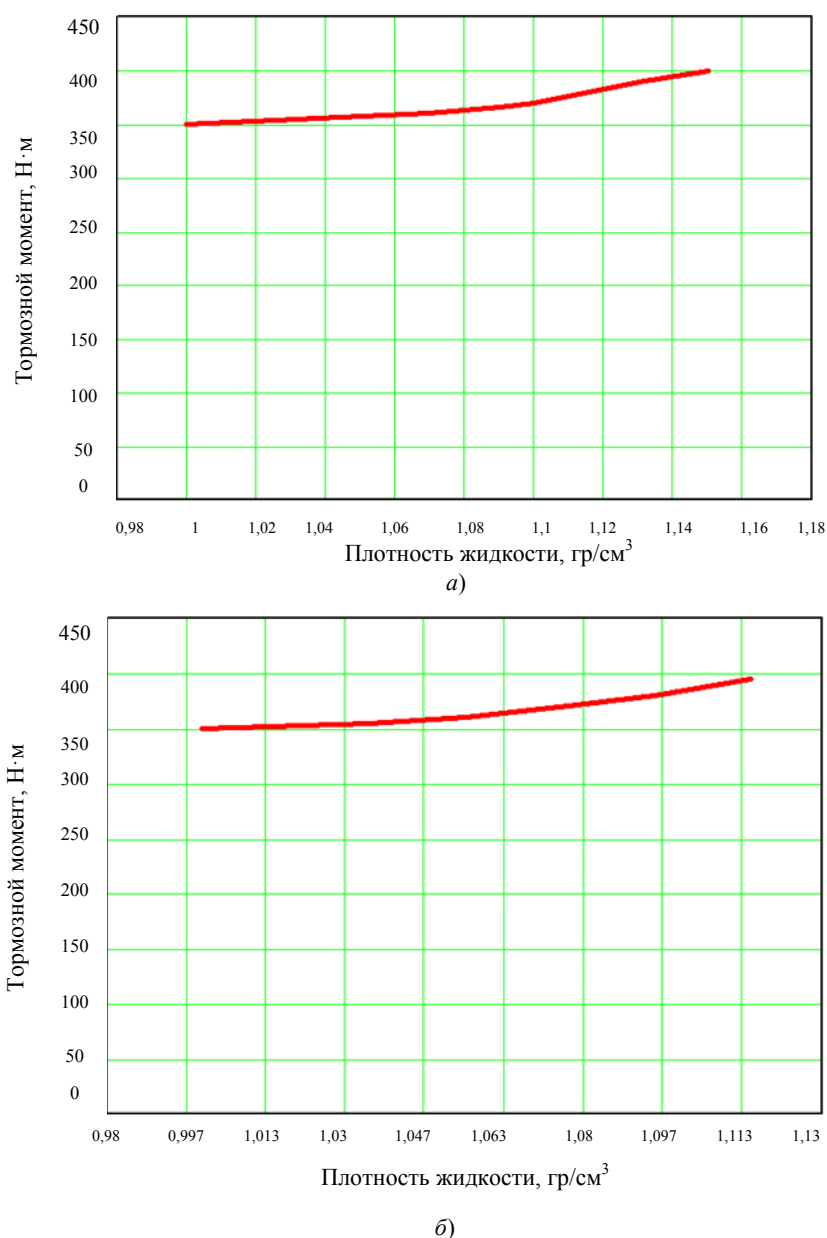


Рис. 3. Зависимость тормозного момента от плотности рабочей жидкости с введением соли хлорида натрия (а) и пищевого сахара (б)

**Влияние вязкости рабочей жидкости на торможение гидросистемы.** Использовались различные комбинации концентраций растворенного в воде глицерина и силиката для получения балластных жидкостей, отличающихся по вязкости. Условия те же: исследуется тормозной момент при подвешенном грузе 8 кг (таблица 3).

Таблица 3

Зависимость тормозного момента от вязкости жидкости и добавок в балластную жидкость

|                      |     |     |     |     |
|----------------------|-----|-----|-----|-----|
| Вязкость жидкости    | 1   | 16  | 22  | 29  |
| Число витков катушки | 105 | 102 | 98  | 94  |
| Глицерин             |     |     |     |     |
| Тормозной момент     | 355 | 365 | 378 | 392 |
| Силикат натрия       |     |     |     |     |
| Тормозной момент     | 355 | 372 | 388 | 408 |

На рис. 4 показаны изменения тормозного момента с изменением вязкости рабочей жидкости при использовании глицерина и силиката натрия.

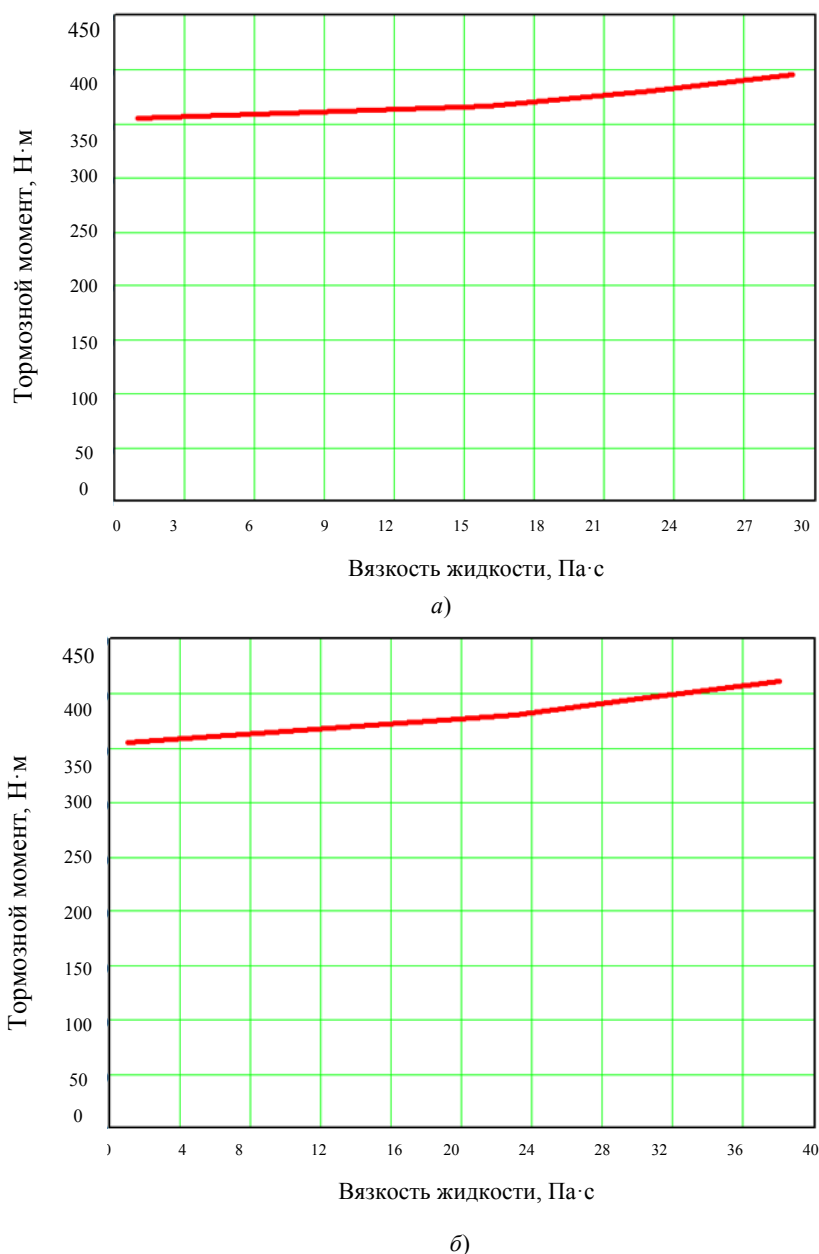


Рис. 4. Зависимость тормозного момента от вязкости рабочей жидкости внутри балласта с введением глицерина (а) и силиката натрия (б)

Полученную таким образом почти линейную зависимость нужно проверить с помощью математической модели.

В ходе исследования индекса вязкости установлено, что параметры плотности и вязкости мало зависят друг от друга и плотность не равна 1 г/см<sup>3</sup> (таблица 4).

Таблица 4

Соотношение плотности и вязкости жидкости

|                   |       |       |       |       |       |       |
|-------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Вязкость жидкости | 16    | 22    | 29    | 23    | 30    | 38    |
| Плотность         | 1,008 | 1,014 | 1,021 | 1,017 | 1,025 | 1,034 |

Коэффициент влияния плотности не превышал 6 %. Его рассчитывали как разницу между плотностями вязкой жидкости и пресной воды. Например, если вязкость была 30 Ст, то плотность — 1,025 г/см<sup>3</sup>. Следовательно, коэффициент воздействия плотности:

$$\Delta = \frac{1,025 - 1}{1} \cdot 100 = 2,5\%.$$

#### Результаты исследования

**Создание математической модели гидравлического тормоза.** Зависимость тормозного момента от давления, плотности и вязкости нельзя представить как прямую связь. Влияние каждой переменной на тормозной момент определяется экспериментально (рис. 2–4).



**Метод обратного анализа.** В научной и справочной литературе нет зафиксированных показателей взаимосвязи тормозного момента с давлением, плотностью и вязкостью. Поэтому был задействован метод обратного анализа [4]. Он эффективен для создания математических моделей на основе экспериментальных измерений. С его помощью можно показать, как совокупность названных выше переменных влияет на тормозной момент. Это можно выразить соотношением:

$$D = F(P, C), \quad (5)$$

где  $F$  — функция, которая связывает изучаемое явление  $D$  с набором значений переменных и набором значений для констант математической модели явления.

Обратный анализ позволяет найти множество значений предполагаемых констант модели  $C$  через обратную зависимость:

$$P = F^{-1}(D_m, C), \quad (6)$$

где  $D_m$  — множество экспериментальных значений для изучаемого явления [4, 5].

Считается, что прямое решение для отношения (6) невозможно. Поэтому следует задействовать итерационную систему, чтобы получить набор значений констант, которые дают оптимальное решение. В обобщении указывается набор значений  $P$  для соотношений:

$$D_c = F(P, C), \quad (7)$$

$$|D_m - D_c| \leq \varepsilon, \quad (8)$$

где  $D_c$  — набор рассчитанных значений для изучаемого явления;  $\varepsilon$  — требуемая точность в соответствии с расчетом изучаемого явления.

Предложенный метод учитывает статистические ошибки, допущенные во время экспериментальных измерений, ориентируясь на стандартный массив ошибок ( $S_i$ ) и минимальную стандартную ошибку. Таким образом, согласно статистическому распределению Гаусса зависимость плотности статистических данных:

$$f_1(P) = P_1 = \text{const} \cdot \exp\left(-\frac{1}{2}[(D_c - D_m)^t C_d^{-1} (D_c - D_m)]\right). \quad (9)$$

Здесь  $C_d$  — стандартный массив ошибок. Символ  $t$  означает матрицу:

$$C_d = \begin{bmatrix} S_1^2(1) & \dots & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \dots & S_1^2(2) & \dots & 0 \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & \dots & S_1^2(n) \end{bmatrix}, d, \quad (10)$$

где  $n$  — количество контрольных точек.

$D_c$  является функцией  $P$ , поэтому проблема связана с определением такого значения  $P$ , чтобы  $D_c$  дало максимальное значение  $P_c$ .

$$S_d = (D_c - D_m)^t \cdot C_d^{-1} (D_c - D_m). \quad (11)$$

Минимальное значение  $S_d$  можно получить при более чем одном наборе значений  $P$ . Поэтому правильный набор параметров формируется с помощью фактического физического моделирования значения этих параметров (рис. 5) [4, 5].

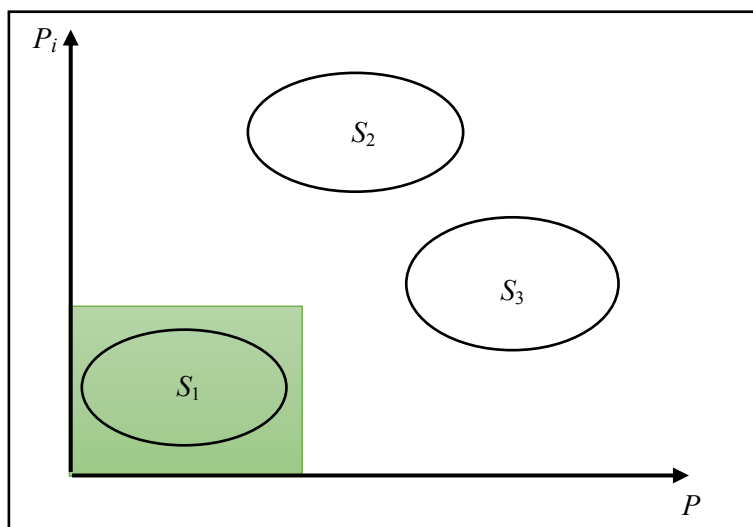


Рис. 5. Определение физически приемлемого диапазона значений (зеленая область):  $S_1$  — физически приемлемое математическое решение,  $S_2, S_3$  — математические решения

Поэтому мы используем набор первичных значений для параметров  $P_0$ , которые выводятся из средней нагрузки физического поля с учетом матрицы стандартных отклонений  $S_2$ .

При использовании нового распределения Гаусса получаем следующий статистический параметр интенсивности:

$$f_2(P) = P_2 = \text{const.} \exp\left(-\frac{1}{2}[(P-P_0)' \cdot C_p^{-1} (P-P_0)]\right). \quad (12)$$

Здесь  $C_p$  — матрица стандартного отклонения:

$$C_p = \begin{bmatrix} S_2^2(1) & \dots & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \dots & S_2^2(2) & \dots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & \dots & S_2^2(r) \end{bmatrix}. \quad (13)$$

Проблема, выраженная в отношении (6), решается путем обратного анализа. При этом набор значений  $P$  находится в пределах, обозначенных в (7) и (8). Таким образом, можно определить общую область параметров  $P_1$  и  $P_2$  по распределению Гаусса:

$$f(P) = P_1 \cdot P_2 = \text{const.} \exp(-S), \quad (14)$$

$$S = \frac{1}{2}[(D_c - D_m)' \cdot C_d^{-1} (D_c - D_m) + (P - P_0)' \cdot C_p^{-1} (P - P_0)]. \quad (15)$$

Итак, для решения нужно найти максимальные или минимальные значения  $S$  функции  $f(P)$ .

Единственный способ найти минимальное значение  $S$  — использовать цифровые методы, например Ньютона — Гаусса. Этот подход основан на преобразовании аналитических отношений в цифровые итеративные с учетом ошибки, допущенной из-за игнорирования некоторых ограничений в аналитических отношениях (рис. 6).

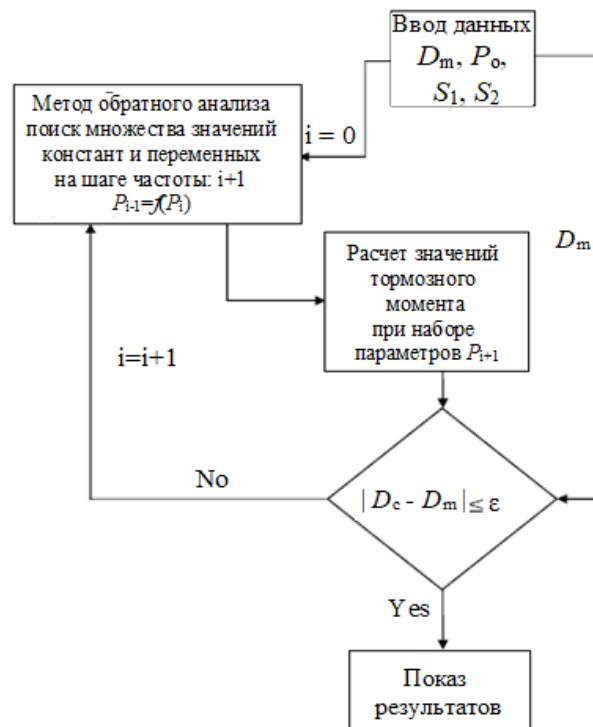


Рис. 6. Алгоритм метода обратного анализа

На следующем этапе работы с помощью базовой (нелинейной) математической модели вычислили вспомогательный тормозной момент гидродинамического тормоза. Он зависит от давления, плотности и вязкости:

$$M_B = f(P, \rho, \mu) + C, \quad (16)$$

$$M_B = a \cdot p^{n1} + b \cdot p^{n2} + d \cdot \mu^{n3} + C. \quad (17)$$

Математическая модель (17) является общей нелинейной моделью, если значения  $n_1$ ,  $n_2$ ,  $n_3$  отличны от единицы. Множество констант для поиска — это  $a$ ,  $b$ ,  $d$ , а также  $n_1$ ,  $n_2$ ,  $n_3$ .

После применения итеративного цифрового метода с точностью, равной 0,001, найдены параметры, представленные в таблице 5.

Таблица 5

Значения параметров предлагаемой модели

| Параметры | $n_1$ | $n_2$ | $n_3$ | $a$  | $b$   | $d$  | $C$   |
|-----------|-------|-------|-------|------|-------|------|-------|
| Величина  | 1     | 1     | 1     | 58,5 | 284,6 | 1,29 | 10,62 |

Согласно таблице 5, исследуемое физическое явление можно представить как линейную модель ( $n_1$ ,  $n_2$ ,  $n_3$ ) = 1:

$$M_B = 58,5P + 284,6\rho + 1,29\mu + 10,62. \quad (18)$$

Математическая модель основана на результатах лабораторных экспериментов и подразумевает гомогенизацию единиц измерения в соответствии со значением констант.

**Адекватность математической модели.** Первый этап определения адекватности модели — это испытание на торможение при:

- давлении  $P = 1$  атм,
- плотности жидкости  $\rho = 1$  г/см<sup>3</sup>,
- вязкости жидкости  $\mu = 1$  Ст.

В данном случае торможение было равно начальному тормозному моменту  $M_B = 355$  Н·м. Это логично, учитывая экспериментальные значения.

Второй этап: три лабораторных эксперимента с подвешенным на крюке 8-килограммовым грузом. Они кратко описаны ниже.

Первый. Взяли максимальные значения переменных и тормозного момента, а затем выполнили расчет с использованием математической модели по соотношению (18). Определили коэффициент ошибок, сравнив экспериментальный и математический результат.

Второй. Взяли случайные значения переменных, относительно далекие от экспериментальных значений и от расчетных для тормозного момента (по математической модели). Вычислили коэффициент ошибок, сравнив экспериментальный и математический результат.

Третий. Взяли случайные значения для переменных, относительно далекие от экспериментальных значений и от расчетных для тормозного момента (по математической модели). Вычислили процент ошибок, сравнив экспериментальный и математический результат.

В таблице 6 приведены результаты подтверждения адекватности математической модели.

Таблица 6

Результаты проверки адекватности модели

| № | Давление | Вязкость жидкости | Плотность жидкости | Тормозной момент (расчет) | Тормозной момент (математическая модель) | Ошибки, % |
|---|----------|-------------------|--------------------|---------------------------|--|-----------|
| 1 | 1,85     | 1,15              | 38                 | 490                       | 495                                      | 1         |
| 2 | 1,60     | 1,10              | 13                 | 406                       | 434                                      | 6         |
| 3 | 1,45     | 1,12              | 26                 | 423                       | 447                                      | 5         |

Итак, результат подтверждает адекватность модели. Во-первых, уровень ее ошибочности оказался приемлемым. Во-вторых, выявленные ошибки имеют научное объяснение. Дело в том, что параметр плотности не зависит от вязкости, и это учтено в модели. Но эксперименты, проведенные ранее для подтверждения этой точки зрения, выявили между этими показателями корреляцию на уровне 6 % — и это примерно эквивалентно проценту ошибок, допущенных при использовании математической модели (в сравнении с расчетными данными).

Для выражения совокупного влияния плотности и вязкости жидкости на работу гидравлического тормоза можно ввести в модель параметр  $\mu \cdot \rho$ . Однако это необязательно, учитывая сравнительно низкий процент ошибок. В противном случае предложенная модель значительно усложнится.

**Имитация полевых условий.** Предлагаемая математическая модель выражает физическое явление, выявленное и исследованное в лабораторных условиях при начальном тормозном моменте 355 Н·м.

В полевых условиях балласты характеризуются начальным значением тормозного момента  $M_{B0}$ . Предлагается ввести в математическую модель параметр, который не изменит ее форму, но, предположительно, отразит «полевой» балласт:

$$M_B = 58,5P + 284,6\rho + 1,29\mu + 10,62 + (M_{B0} - M_{Bm}), \quad (19)$$

где  $M_B$  — тормозной момент «полевого» балласта после применения условий (давление, плотность и вязкость);  $M_{B0}$  — начальный тормозной момент для полевого балласта;  $M_{Bm}$  — начальный тормозной момент лабораторного балласта, равный 355 Н·м.

Это основная гипотеза. Она обосновывается следующим образом. Размеры лабораторного ингибитора выбраны не случайно, а так, чтобы соответствовать реальным меньшим размерам тормозов, производимых компанией *Parmac L.L.C* (модель 112–500)<sup>1</sup>.

#### Обсуждение и заключения

1. Математическая модель создана с помощью метода обратного анализа, который связывает тормозной момент гидродинамического тормоза с рабочими параметрами (давление, вязкость и плотность) жидкости внутри балласта.

2. Эксперименты при различных случайных значениях переменных доказали адекватность модели. Сравнивались значения тормозного момента, определенные экспериментально и с помощью созданной модели. Ошибочность не превысила 6 % (таблица 6).

3. Предложена поправка к модели для симуляции работы гидродинамического тормоза в полевых условиях.

4. Опираясь на полученные результаты, в будущих исследованиях целесообразно испытать созданную модель в полевых условиях с реальной полезной нагрузкой.

#### Библиографический список

1. Abdoulaev, G. S. Optical tomography as a PDE-constrained optimization problem / G. S. Abdoulaev, K. Ren, A. H. Hielscher // *Inverse Problems*. — 2005. — Vol. 21 (5). — P. 1507–1530. DOI: 10.1088/0266-5611/21/5/002
2. Analysis of the Gibbs sampler for hierarchical inverse problems / S. Agapiou, J. M. Bardsley, O. Papaspiliopoulos [et al.] // *SIAM/ASA Journal on Uncertainty Quantification*. — 2013. — Vol. 2 (1). — P. 511–544. DOI: 10.1137/130944229
3. A review of surrogate models and their application to groundwater modeling / M. J. Asher, B. F. W. Croke, A. J. Jakeman [et al.] // *Water Resources Research*. — 2015. — Vol. 51(8). — P. 5957–5973. <https://doi.org/10.1002/2015WR016967>
4. Clark, M. P. Pursuing the method of multiple working hypotheses for hydrological modeling / M. P. Clark, D. Kavetski, F. Fenicia // *Water Resources Research*. — 2011. — Vol. 47 (9). — P. 1–16. <https://doi.org/10.1029/2010WR009827>
5. Stefani, F. FEM Applied to Hydrodynamic Bearing Design / F. Stefani // *New Tribological Ways*. — University Campus STeP Ri : InTech, 2011. — P. 451–476. DOI: 10.5772/15525
6. Wang, Y. Coupled Dynamic Analysis of Deepwater Drilling Riser under Combined Forcing and Parametric Excitation / Y. Wang, D. Gao, J. Fang // *Journal of Natural Gas Science and Engineering*. — 2015. — Vol. 27 (3). — P. 1739–1747.
7. Mao, L. Deep Water Drilling Riser Mechanical Behavior Analysis Considering Actual Riser String Configuration / L. Mao, Q. Liu, S. Zhou [et al.] // *Journal of Natural Gas Science and Engineering*. — 2016. — Vol. 33. — P. 240–254.
8. Wang, Y. Optimization Analysis of the Riser Top Tension Force in Deepwater Drilling: Aiming at the Minimum Variance of Lower Flexible Joint Deflection Angle / Y. Wang, D. Gao, J. Fang // *Journal of Petroleum Science and Engineering*. — 2016. — Vol. 146. — P. 149–157.
9. Chang, Y. Influential Factors for the Design of Ultra-Deepwater Drilling Risers / Y. Chang, G. Chen, L. Xu [et al.] // *Petroleum Exploration and Development*. — 2009. — Vol. 36 (4). — P. 523–528.
10. Gong, W. An adaptive surrogate modeling-based sampling strategy for parameter optimization and distribution estimation (ASMO-PODE) / W. Gong, Q. Duan // *Environmental Modelling & Software*. — 2017. — Vol. 95. — P. 61–75. <https://doi.org/10.1016/j.envsoft.2017.05.005>

Сдана в редакцию 04.12.2020

Запланирована в номер 21.01.2021

<sup>1</sup> Original HYDROMATIC® Brake 620 251-5000 / Parmac L.L.C // [www.parmacbrake.com](http://www.parmacbrake.com).

*Об авторах:*

**Антибас Имад Ризакалла**, доцент кафедры «Основы конструирования машин» ФГБОУ ВО «Донской государственный технический университет» (344003, РФ, Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1), кандидат технических наук, доцент, ResearcherID: [O-4789-2018](https://orcid.org/0000-0002-8141-9529), ORCID: [http://orcid.org/0000-0002-8141-9529](https://orcid.org/0000-0002-8141-9529), [imad.antypas@mail.ru](mailto:imad.antypas@mail.ru).

**Дьяченко Алексей Геннадьевич**, доцент кафедры «Основы конструирования машин» ФГБОУ ВО «Донской государственный технический университет» (344003, РФ, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1), кандидат технических наук, ORCID: [http://orcid.org/0000-0001-9934-4193](https://orcid.org/0000-0001-9934-4193), [alexey-a2@mail.ru](mailto:alexey-a2@mail.ru).

**Саед Бакир Имад**, доцент кафедры «Сельскохозяйственное машиностроение» Университета Алеппо (САР, г. Алеппо, Университет Алеппо, механический факультет), доктор технических наук, доцент, ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-3855-7691>, [bakir-111@mail.ru](mailto:bakir-111@mail.ru).

*Заявленный вклад соавторов:*

И. Р. Антибас — научное руководство, постановка задачи, определение методологии исследования; сбор и анализ аналитических и практических материалов по теме исследования, критический анализ и доработка решения; компьютерная реализация решения задачи. А. Г. Дьяченко — анализ научных источников по теме исследования, критический анализ и доработка текста. Б. И. Саед — постановка задачи, определение методологии исследования; сбор и анализ аналитических и практических материалов по теме исследования.

*Все авторы прочитали и одобрили окончательный вариант рукописи.*

# МАШИНОСТРОЕНИЕ И МАШИНОВЕДЕНИЕ

## MACHINE BUILDING AND MACHINE SCIENCE



УДК 62-82

<https://doi.org/10.23947/2687-1653-2021-21-1-55-61>

### Моделирование гидравлической системы устройства с самоадаптацией по силовым и кинематическим параметрам на рабочем органе

Т. А. Хиникадзе<sup>1</sup>, А. Т. Рыбак<sup>1</sup>, П. И. Попиков<sup>2</sup><sup>1</sup>ФГБОУ ВО «Донской государственный технический университет» (г. Ростов-на-Дону, Российская Федерация)<sup>2</sup>ФГБОУ ВО «Воронежский государственный лесотехнический университет имени Г. Ф. Морозова» (г. Воронеж, Российская Федерация)

**Введение.** В настоящее время в России принят курс на создание интеллектуальных машин и оборудования. Это относится и к мобильным технологическим машинам дорожно-строительного и коммунального назначения. Поэтому проектирование и создание такого вида исполнительных устройств с функцией самоадаптации является актуальной задачей.

**Материалы и методы.** Представлено устройство, оснащённое гидроприводом с самоадаптацией по нагрузке и согласованием кинематических и силовых параметров главного движения и движения подачи рабочего органа установки для бурения породы. Для исследования и проектирования устройства на основе методов математического моделирования гидропривода и адаптивных систем предложена математическая модель, разработанная с использованием основ теории объёмной жёсткости гидравлических систем. Это позволяет максимально точно описать влияние динамических свойств гидравлической системы (сжимаемость рабочей жидкости, упругие свойства трубопроводов, рукавов высокого давления, гидравлических аппаратов) на динамические свойства системы в целом.

**Результаты исследования.** Математическая модель для устройства с самоадаптацией включает подмодели адаптивных связей, взаимосвязи силовых, кинематических и технологических параметров бурения породы, а также математическое описание движения элементов системы. Решение полученной математической модели производилось в среде программного обеспечения динамического моделирования технических систем SimInTech. В результате получены общие зависимости адаптивной системы от конструктивных параметров и технологических условий функционирования.

**Обсуждение и заключение.** Математическая модель представленного устройства показывает принципиальную возможность реализации принципа самоадаптации по нагрузке при внешних и внутренних возмущающих воздействиях в процессе работы. Полученные результаты могут использоваться при проектировании адаптивных систем другого технологического оборудования, например, для глубокого сверления заготовок с переменными свойствами по глубине.

**Ключевые слова:** гидравлическое устройство с самоадаптацией, функция гидропривода, обобщенная математическая модель, адаптивные связи, согласованные движения, рабочий орган, нагрузка, стабилизация.

**Для цитирования:** Хиникадзе, Т. А. Моделирование гидравлической системы устройства с самоадаптацией по силовым и кинематическим параметрам на рабочем органе / Т. А. Хиникадзе, А. Т. Рыбак, П. И. Попиков // Advanced Engineering Research. — 2021. — Т. 21, № 1. — С. 55–61. <https://doi.org/10.23947/2687-1653-2021-21-1-55-61>

© Хиникадзе Т. А., Рыбак А. Т., Попиков П. И., 2021





## Simulation of the hydraulic system of a device with self-adaptation for power and kinematic parameters on the working body

T. A. Khinikadze<sup>1</sup>, A. T. Rybak<sup>1</sup>, P. I. Popikov<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Don State Technical University (Rostov-on-Don, Russian Federation)

<sup>2</sup>Voronezh State University of Forestry and Technologies named after G. F. Morozov (Voronezh, Russian Federation)

*Introduction.* Currently, Russia has adopted a course towards the creation of intelligent machines and equipment. The same holds for mobile technological machines for road construction and public utilities. Therefore, the design and creation of this type of actuators with a self-adaptation function is a critical task.

*Materials and Methods.* A device equipped with a hydraulic drive with self-adaptation to load and coordination of kinematic and power parameters of the principal motion and the feed movement of the working body of the rock-drilling rig, is presented. To study and design the device based on the mathematical modeling methods of a hydraulic drive and adaptive systems, a mathematical model is proposed. It is developed using the foundations of the theory of volumetric stiffness of hydraulic systems. This enables to accurately describe the impact of the dynamic properties of the hydraulic system (compressibility of the working fluid, elastic properties of pipelines, high-pressure hoses, hydraulic apparatuses) on the dynamic properties of the system as a whole.

*Results.* The mathematical model for a device with self-adaptation includes submodels of adaptive communication, interrelations of power, kinematic and process parameters of rock drilling, as well as mathematical description of the movement of system elements. The solution to the developed mathematical model was performed in the software environment for dynamic modeling of technical systems SimInTech. As a result, general dependences of the adaptive system on the design parameters of the system and the operating conditions are obtained.

*Discussion and Conclusion.* The mathematical model of the presented device shows the fundamental possibility of implementing the principle of self-adaptation in terms of load under external and internal disturbing actions during operation. The results obtained can be used under designing adaptive systems of other technological equipment, for example, for the implementation of deep drilling in workpieces with variable properties in its depth.

**Keywords:** hydraulic device with self-adaptation, hydraulic drive function, generalized mathematical model, adaptive communication, coordinated movements, working body, load, stabilization.

**For citation:** T. A. Khinikadze, A. T. Rybak, P. I. Popikov. Simulation of the hydraulic system of a device with self-adaptation for power and kinematic parameters on the working body. Advanced Engineering Research, 2021, vol. 21, no. 1, p. 55–61. <https://doi.org/10.23947/2687-1653-2021-21-1-55-61>

**Введение.** Принятый в России курс на создание интеллектуальных машин является основой для проектирования и создания исполнительных устройств с функцией самоадаптации. Решение этой задачи является своевременным и актуальным.

Свойством самоадаптации обладают приводы с дифференциальными связями элементов внутренней структуры [1]. К такому классу технических систем относится устройство для осуществления бурения породы с переменными свойствами (патент РФ № 2582691). Свойство самоадаптации реализуется устройством с обратной отрицательной и прямой положительной связями [2].

На качество процесса самоадаптации оказывают влияние внешние и внутренние воздействия — непостоянство нагрузки, сопротивление среды, сухое и вязкое трение, объемная жесткость жидкости и трубопроводов, адаптивные связи.

**Материалы и методы.** При современном уровне развития вычислительной техники, сложности и высокой стоимости проектируемого оборудования широкое распространение получили методы математического моделирования на стадии разработки [3–13]. Разработка специальной модели для расчетов и вычислительного эксперимента по определению параметров на этапе проектирования дает возможность обоснованного выбора типоразмера устройства с самоадаптацией.

Авторами разработана математическая модель для решения задачи проектирования устройства в среде динамического моделирования технических систем SimInTech (Simulation In Technic) [14, 15]. Этот программный продукт позволяет проводить моделирование технологических процессов, протекающих в различных отраслях с одновременным моделированием систем управления.

На рис. 1 представлено устройство для осуществления функции самоадаптации в условиях силового сопротивления на рабочем органе, которое содержит: насос постоянной производительности (Н), предохранительный клапан (КП), фильтр (Ф), регулируемые дроссели (Др1) и (Др2), регулятор расхода (РР), гидроцилиндр подачи (ГЦ) и гидромотор главного движения (ГМ), гидрораспределители (Р1), (Р2) и (Р3), манометры (Мн1), (Мн2) и (Мн3), гидравлический бак (Б) и трубопроводы.

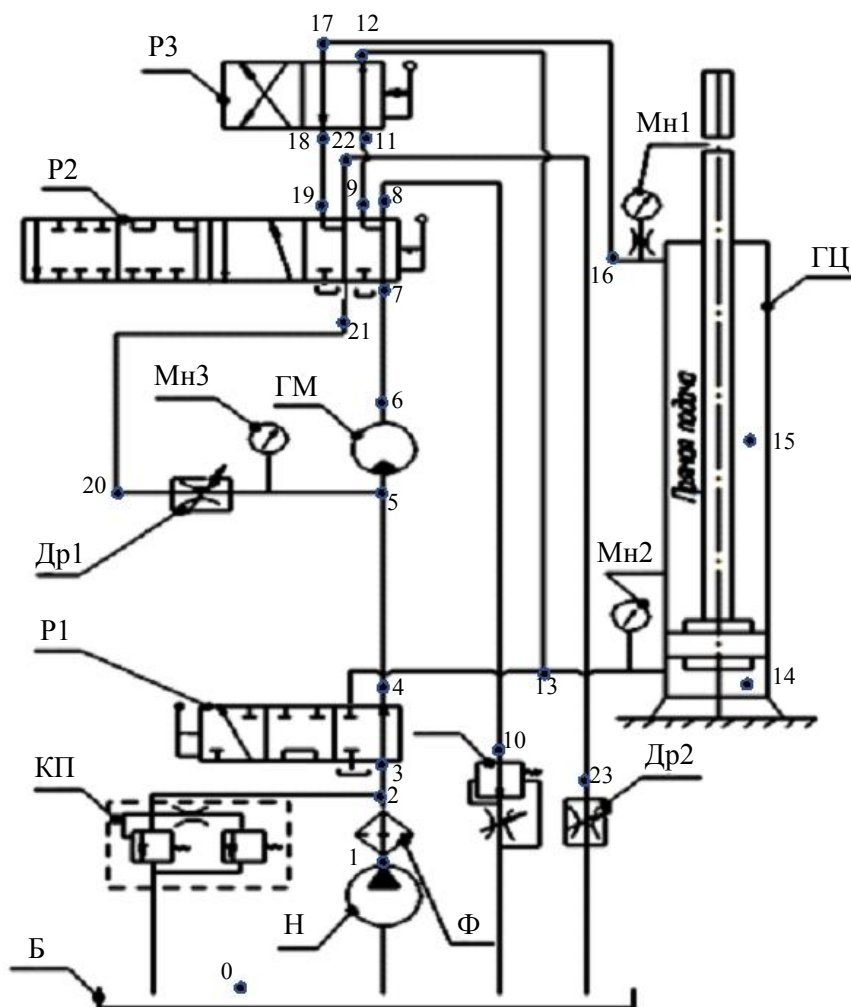


Рис. 1. Принципиальная схема устройства для осуществления функции самоадаптации в условиях силового сопротивления на рабочем органе

Устройство предназначено для реализации функции самоадаптации по нагрузке (с целью её стабилизации) и согласования выходных движений рабочего органа технологических машин и оборудования, а также функций собственно силового привода. Поэтому в устройстве предусмотрены многопозиционные распределители для формирования потоков и направлений рабочей жидкости. К таким дополнительным функциям устройства относятся: разогрев масла в гидросистеме в начале её работы; «взвешивание» подвижных частей (холостой нагрузки) механизма подачи при наладке на технологический режим; ускоренный подъём (отвод) инструмента с вращением, но без регулирования его скоростей; подачу инструмента «на объект воздействия» или «от объекта воздействия» с вращением и регулированием скоростей инструмента.

Математическая зависимость для внутренней отрицательной связи устройства устанавливается путем совместного решения уравнений, вытекающих из уравнений баланса давления по системе и уравнения баланса расхода рабочей жидкости в системе обратной связи.

Из баланса давлений в системе вытекает

$$\Delta p_{др5} = \frac{1}{\omega_{ГМ}} M_{ГМ} + \frac{1}{f_{п}} F_{п} - \left(1 - \frac{f_{п.шт}}{f_{п}}\right) \Delta p_{др10}, \quad (1)$$

где  $\Delta p_{др5}$  и  $\Delta p_{др10}$  — перепады давлений на дросселях 5 и 10;  $\omega_{ГМ}$  и  $M_{ГМ}$  — приведенный объём гидромотора ГМ и создаваемый им крутящий момент;  $f_{п}$  и  $f_{п.шт}$  — площади поршня гидроцилиндра в поршневой и штоковой полостях;  $F_{п}$  — сила сопротивления со стороны грунта, преодолеваемая при перемещении штока гидроцилиндра ГЦ.

Уравнение баланса расходов в цепи обратной связи имеет вид

$$Q_{др10} = Q_{др5} + v_{п} \cdot f_{п.шт}, \quad (2)$$

где  $Q_{др5}$  и  $Q_{др10}$  — расходы рабочей жидкости через дроссели Др1 и Др2;  $v_{п}$  — скорость перемещения поршня гидроцилиндра ГЦ.

Имея в виду, что гидронасос Н, питающий систему, имеет постоянную производительность, расход рабочей жидкости через регулятор расхода РР в процессе функционирования системы привода остаётся постоянным. Становится очевидным, что расход рабочей жидкости через дроссель Др2 также будет постоянным. В этом случае зависимость ускорения движения поршня гидроцилиндра ГЦ от суммарной нагрузки на гидродвигателях главного движения и движения подачи примет вид

$$\frac{dv_{п}}{dt} = -A \left( \frac{1}{\omega_{гм}} \frac{d\omega_{гм}}{dt} + \frac{1}{f_{п}} \frac{dF}{dt} \right), \quad (3)$$

где  $v_{п}$  — скорость перемещения поршня гидроцилиндра ГЦ;  $t$  — время;  $A$  — коэффициент обратной связи, зависящий от параметров номинального режима работы системы, конструктивных параметров гидромашин, дросселей и его настройки.

Из уравнения (3) видно, что положительным приращениям крутящего момента на валу гидромотора и перемещению поршня подачи гидроцилиндра соответствует отрицательное приращение скорости перемещения подачи инструмента. Другими словами, при увеличении сопротивления со стороны грунта вращению режущего инструмента или перемещению его подачи, скорость подачи инструмента уменьшается.

Прямая связь между скоростями и ускорениями вала гидромотора главного движения и штока гидроцилиндра движения подачи имеет вид

$$v_{п} = \frac{1}{f_{п}} (\omega_{гм} \omega_{гм} - Q_{pp}),$$

или

$$\frac{dv_{п}}{dt} = \omega_{гм} \frac{d\omega_{гм}}{dt}. \quad (4)$$

где  $\omega_{гм}$  — угловая скорость вращения вала гидромотора;  $Q_{pp}$  — расход рабочей жидкости через регулятор расхода.

Из уравнения (4) видно, что при увеличении частоты вращения гидромотора главного движения (происходит при уменьшении сопротивления со стороны обрабатываемой поверхности) скорость перемещения поршня гидроцилиндра подачи возрастает.

**Математическое моделирование движений рабочих элементов устройства.** Уравнения движения ротора гидромотора основного движения и поршня гидроцилиндра подачи инструмента имеют вид:

$$J_{гм} \frac{d\omega_{гм}}{dt} = \Delta p_{гм} \omega_{гм} - M_{сопр}, \quad (5)$$

$$m_{п} \frac{dv_{п}}{dt} = f_{п} p_{п} - f_{п.шт} p_{п.шт} - F_{сопр}, \quad (6)$$

где  $J_{гм}$  — суммарный момент инерции всех вращающихся элементов системы, приведённый к валу гидромотора;  $m_{п}$  — масса всех подвижных частей системы, приведённая к поршню гидроцилиндра;  $M_{сопр}$  — суммарный момент сопротивления вращению рабочего органа, приведённый к валу гидромотора;  $F_{сопр}$  — суммарная сила сопротивления перемещению инструмента со стороны обрабатываемой поверхности, приведённая к поршню гидроцилиндра;  $\Delta p_{гм}$  — перепад давления на гидромоторе;  $p_{п}$  и  $p_{п.шт}$  — давления в поршневой и в штоковой полостях гидроцилиндра соответственно.

#### Моделирование свойств гидравлической системы

Математическая модель гидравлической системы устройства для осуществления функции самоадаптации в условиях силового сопротивления на рабочем органе разработана с использованием объёмной жёсткости, которая даёт возможность осуществлять моделирование максимально приближенно к реальным характеристикам [16–20]. При моделировании особое внимание уделено определению приведенного коэффициента объёмной жёсткости рукавов высокого давления [16]. Полученная математическая модель включает следующие уравнения:

— уравнение приращения давления в различных точках (на рис. 1 обозначены точками с 1 по 23) гидравлической системы имеет вид:

$$dp = C_{при} (\sum Q_{вxi} - \sum Q_{исxi}) dt, \quad (7)$$

где  $\sum Q_{вxi}$  и  $\sum Q_{исxi}$  — суммы всех расходов рабочей жидкости, входящих и исходящих из рассматриваемого ( $i$ -го) объёма системы за время  $dt$ ;  $C_{при}$  — приведённый коэффициент объёмной жёсткости выделенного участка гидравлической системы;

— уравнение для определения расходов рабочей жидкости через различные элементы гидравлической системы имеет вид:

$$Q_i = \mu f \sqrt{\frac{2}{\rho} |p_i - p_{i+1}|} \cdot \text{sign}(p_i - p_{i+1}), \quad (8)$$

где  $p_i$  и  $p_{i+1}$  — давление на входе и на выходе гидравлических сопротивлений;  $f$  — площадь живых сечений сопротивлений;  $\rho$  — плотность рабочей жидкости;

— формула расчёта приведенного коэффициента расхода линейных сопротивлений следующая:

$$\mu = \mu_l = \frac{1}{\sqrt{\lambda_l \frac{l_l}{d_l}}}, \quad (9)$$

где  $d_l$  и  $l_l$  — диаметры и длины линейного участка трубопровода;  $\lambda_l$  — коэффициент гидравлического трения трубопровода;

— формула для определения приведенного коэффициента объёмной жёсткости металлических участков трубопровода имеет вид:

$$C_l = \frac{4}{\pi d^2 l} \frac{E_{fl}}{1 + \frac{d E_{fl}}{8 E_l}}, \quad (10)$$

где  $d$  и  $l$  — внутренний диаметр и длина участка трубопровода;  $\delta$  — толщина его стенки;  $E_{fl}$  и  $E_l$  — модули упругости жидкости и материала стенки гидролинии.

Приведенные коэффициенты объёмной жёсткости РВД определяются экспериментально.

Производительность гидронасоса определяется с учётом объёмных потерь по формуле:

$$Q_{нд} = \frac{q_{рн} \omega_n}{2\pi} \eta_{0,н}, \quad (11)$$

где  $q_{рн}$  — рабочий объем гидронасоса;  $\omega_n$  — скорость вращения вала гидронасоса;  $\eta_{0,н}$  — текущая величина объёмного коэффициента полезного действия гидронасоса.

Расход рабочей жидкости через гидромотор определяется по формуле:

$$Q_{мот} = \frac{q_{рм} \omega_m}{2\pi \eta_{0,м}}, \quad (12)$$

где  $q_{рм}$  — рабочий объем гидронасоса;  $\omega_m$  — скорость вращения вала гидронасоса;  $\eta_{0,м}$  — текущая величина объёмного КПД гидромотора.

Текущая величина объёмных коэффициентов полезного действия гидронасоса и гидромотора определяются по формуле:

$$\eta_0 = 1 - (1 - \eta_{0,ном}) \cdot \frac{p_p}{p_{р,ном}}, \quad (13)$$

где  $\eta_{0,ном}$  — номинальная величина объёмного КПД гидронасоса и гидромотора;  $p_{р,ном}$  — величина номинального давления гидравлических машин;  $p_p$  — текущее значение давлений на насосе или моторе.

### Результаты исследования

Предлагаемая математическая модель рассматриваемого устройства позволяет с высокой точностью произвести теоретические исследования эксплуатационных возможностей при бурении породы ещё на стадии проектирования. Расчёт системы бурения, произведённый с использованием программного обеспечения SimInTech [10, 11], показал правильность этого утверждения.

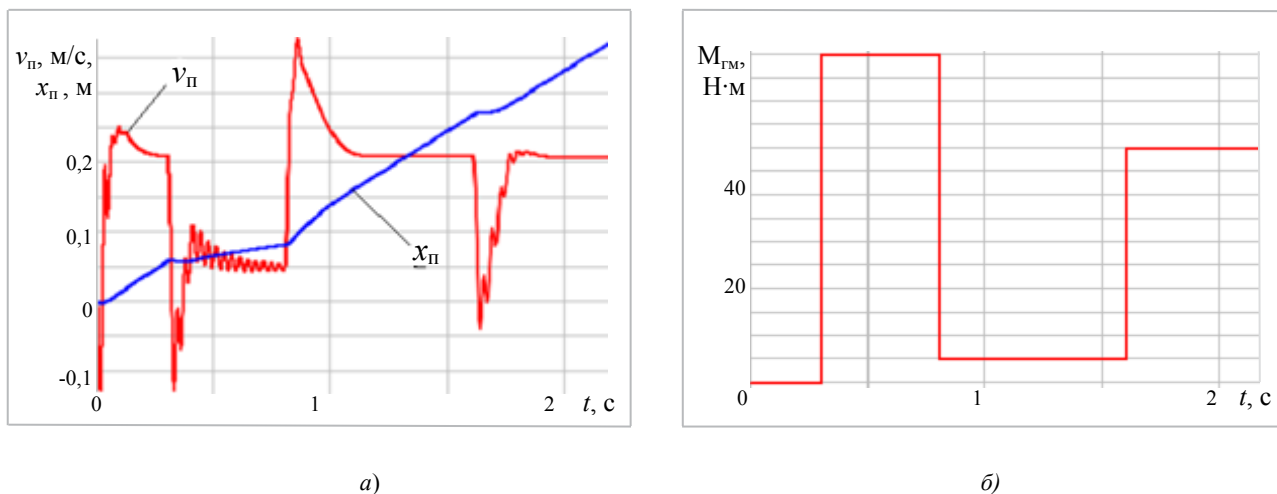


Рис. 2. Изменение параметров функционирования буровой машины при ступенчатом изменении сопротивления вращению основного рабочего органа буровой машины со стороны грунта: а — перемещение поршня гидроцилиндра ( $x_p$ ) и его скорости ( $v_p$ ); б — момент сопротивления вращению вала гидромотора  $M_{гм}$

На рис. 2 представлены графики изменения параметров движения поршня гидроцилиндра подачи при ступенчатом изменении момента сопротивления вращению основного рабочего органа буровой машины со стороны грунта.

Анализ результатов расчётов, представленных на рис. 2, показывает, что с увеличением момента сопротивления вращению рабочего органа буровой машины (рис. 2 б) скорость поступательного перемещения инструмента уменьшается и может принимать отрицательные значения (рис. 2 а), что говорит о выполнении системой функции адаптации. Свойства системы требуют дополнительного исследования.

**Заключение.** Предлагаемая математическая модель позволяет ещё на стадии проектирования делать предварительную оценку качества работы и выбирать наиболее рациональные параметры системы бурения, оснащённой адаптивным гидромеханическим приводом, при различных условиях эксплуатации и варьировании её конструктивных свойств. Полученные результаты и их анализ говорит о том, что предложенный способ адаптации основного и вспомогательного движений системы привода может с успехом применяться и в другом технологическом оборудовании, например, при глубоком сверлении многослойных металлических заготовок.

### Библиографический список

1. Иванов, К. С. Теория механизмов с двумя степенями свободы / К. С. Иванов, Е. К. Ярославцева. — Lambert Academic Publishing, 2014. — 180 с.
2. Хиникадзе, Т. А. Исследование соответствия характеристик адаптивного модуля гидропривода технологическим параметрам машин / Т. А. Хиникадзе // Молодой исследователь Дона. — 2018. — № 2 (11) — С. 107–112.
3. Попиков, П. И. Математическая модель рабочего процесса лесного пожарного грунтомета с энергосберегающим гидроприводом / П. И. Попиков, П. Э. Гончаров, А. В. Шаров // Лесотехнический журнал. — 2017. — № 4. — С. 182–189.
4. Особенности численного интегрирования системы дифференциальных уравнений рабочего процесса почвообрабатывающей машины с гидроприводом для профилактики и тушения лесных пожаров / И. М. Бартенев, П. И. Попиков, А. В. Шаров, Н. А. Шерстюков // Лесотехнический журнал. — 2018. — № 3 (31). — С. 170–176.
5. Моделирование срабатывания предохранительных устройств лесного пожарного грунтомета / П. И. Попиков, П. Н. Щёблыкин, А. В. Шаров, А. С. Буравлев // Актуальные направления научных исследований XXI века: теория и практика. — 2017. — Т. 5, № 1 (27). — С. 336–340.
6. Теоретические основы моделирования динамических характеристик приводов перспективных космических аппаратов с учетом функционирования осцилляторов / А. Н. Сова, М. И. Степанов, В. А. Сова, А. И. Быков // Вестник Донского государственного технического университета : [сайт] — 2019. — Т. 19, № 4. — С. 317–327. — URL : <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=41591369> (дата обращения : 27.01.2021).
7. Исследование динамики делителя потока с регулирующим органом из эластомера / В. В. Сыркин, И. Н. Квасов, Ю. Ф. Галуза, М. А. Федорова // Омский научный вестник. Серия «Авиационно-ракетное и энергетическое машиностроение». — 2018. — Т. 22, № 4. — С. 9–14.
8. Алексеев, Г. В. Возможности моделирования оборудования для снижения энергоемкости реализуемых технологических процессов / Г. В. Алексеев, О. И. Аксенова // Вестник Международной академии холода. — 2015. — № 4. — С. 49–54.
9. Berdnik, Y. The approximation method in the problem on a flow of viscous fluid around a thin plate / Y. Berdnik, A. Beskopylny // Aircraft Engineering and Aerospace Technology. — 2019. — Vol. 91, no. 6. — P. 807–813.
10. Beskopylny, A. Model of heterogeneous reinforced fiber form concrete in bending / A. Beskopylny, E. Kadomtseva, G. Strelnikov [et al.] // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. — 2018. — Vol. 365(3). — P. 032023.
11. Beskopylny, A.N. The boundary condition influence on a stress-strain state of a corrugated plate on an elastic foundation. / A. N. Beskopylny, E. E. Kadomtseva, G. P. Strelnikov // Materials Science Forum. — 2018. — Vol. 931. — P. 60–65.
12. Beskopylnyi, A.N. About the identification of layered constructions properties / A.N. Beskopylnyi, A. A. Lyapin // Recent Trends in Science and Technology Management. — 2016. — No. 2. — P. 36–45.
13. Чукарин, А. Н. Исследования виброакустических характеристик в рабочей зоне оператора при абразивной обработке сварных швов / А. Н. Чукарин, А. Н. Бескопыльный, А. Г. Исаев // Безопасность труда в промышленности. — 2019. — № 11. — С. 7–12.
14. Kartashov, B. A. Dynamic mode environment of technical systems SimInTech : manual / B.A. Kartashov, O.S. Kozlov, E.A. Shabaev // Moscow: DMK-Press, 2017. — 424 p.



15. Abalov, A. A. Using the SiminTech dynamic modeling environment to build and check the operation of automation systems / A.A. Abalov, S.V. Nosachev, V.P. Zharov [et al.] // MATEC Web of Conferences. — 2018. — Vol. 226. — P. 04003.
16. Rybak, A.T. Modeling and calculation of hydromechanical systems dynamics based on the volume rigidity theory / A.T. Rybak, M.P. Shishkarev, A.A. Demyanov [et al.] // MATEC Web of Conferences. — 2018. — Vol. 226. — P. 01001.
17. Rybak, A.T. Dynamics of Synchronous Hydromechanical Drive in Mobile Machine / A.T. Rybak, A.R. Temirkanov, O.V. Lyakhnitskaya // Russian Engineering Research. — 2018. — Vol. 38(9). — P. 702–704. DOI: 10.3103/S1068798X18090253
18. Темирканов, А. Р. Синхронный гидромеханический привод рабочего органа мобильной машины и его математическая модель / А. Р. Темирканов, А. Т. Рыбак // Вестник Донского государственного технического университета : [сайт]. — 2013. — Т. 13, № 3-4. — С. 104–110. — URL : <https://www.vestnik-donstu.ru/jour/article/view/400> (дата обращения : 27.01.2021).
19. Темирканов, А. Р. Моделирование системы гидромеханического привода рабочего органа мобильной технологической машины. / А. Р. Темирканов, А. Т. Рыбак // Вестник Донского государственного технического университета : [сайт]. — 2014. — Т. 14, № 4. — С. 176–185. — URL : <https://www.vestnik-donstu.ru/jour/article/view/362> (дата обращения : 27.01.2021).
20. Мирный, В. И. Некоторые вопросы повышения производительности гидравлического привода перфорационного прессы циклического действия / В. И. Мирный // Вестник Донского государственного технического университета : [сайт] — 2008. — Т. 8, № 1. — С. 75–85. — URL : <https://www.vestnik-donstu.ru/jour/article/view/1212> (дата обращения : 27.01.2021).

Сдана в редакцию 04.12.2020

Запланирована в номер 21.01.2021

*Об авторах:*

**Хиникадзе Тенгиз Анзорович**, аспирант кафедры «Приборостроение и биомедицинская инженерия», ФГБОУ ВО «Донской государственный технический университет» (344003, РФ, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1), ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-1709-9505>, [khinikadze@mail.ru](mailto:khinikadze@mail.ru)

**Рыбак Александр Тимофеевич**, профессор кафедры «Приборостроение и биомедицинская инженерия», начальник отдела «Сертификация и профессиональная аккредитация образовательных программ», ФГБОУ ВО «Донской государственный технический университет» (344003, РФ, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1), доктор технических наук, профессор, ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-9950-3377>, [2130373@mail.ru](mailto:2130373@mail.ru)

**Попиков Пётр Иванович**, профессор кафедры механизации лесного хозяйства и проектирования машин, ФГБОУ ВО «Воронежский Лесотехнический университет», (394087, РФ, г. Воронеж, ул. Тимирязева, 8), доктор технических наук, профессор, ResearcherID: [AAX-7892-2020](https://orcid.org/0000-0002-6348-8934), ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-6348-8934>, [popikovpetr@yandex.ru](mailto:popikovpetr@yandex.ru)

*Заявленный вклад соавторов:*

Т. А. Хиникадзе — формирование основной концепции, цели и задачи исследования, проведение расчетов, подготовка текста, формирование выводов; А. Т. Рыбак — научное руководство, анализ результатов исследований, доработка текста, корректировка выводов; П. И. Попиков — анализ литературных и патентных материалов, динамических характеристик гидропривода.

*Все авторы прочитали и одобрили окончательный вариант рукописи.*



# МАШИНОСТРОЕНИЕ И МАШИНОВЕДЕНИЕ

## MACHINE BUILDING AND MACHINE SCIENCE



УДК 621.791.75:004.942

<https://doi.org/10.23947/2687-1653-2021-21-1-62-70>

### Регулирование дугового взаимодействия между плавящимся электродом и дополнительной присадочной проволокой при наплавке (DE-GMAW)



С. С. Полосков<sup>1</sup>, В. А. Ерофеев<sup>2</sup>, М. А. Шолохов<sup>3</sup>

<sup>1</sup> ФГАОУ ВО «Московский физико-технический институт» — национальный исследовательский университет (г. Долгопрудный, Российская Федерация)

<sup>2</sup> ФГБОУ ВО «Тульский государственный университет» (г. Тула, Российская Федерация)

<sup>3</sup> ФГАОУ ВО «Уральский федеральный университет им. первого Президента России Б. Н. Ельцина» (г. Екатеринбург, Российская Федерация)

**Введение.** Рассмотрена дуговая наплавка путем подачи дополнительной присадочной проволоки, подогреваемой дополнительной дугой, горящей между присадочной и электродной проволокой. В условиях такой наплавки исследована минимизация поступления металла переплавляемой подложки в наплавляемый металл. Цели работы: изучение условий, обеспечивающих саморегулирование данного перспективного процесса дуговой наплавки, а также оценка возможности управления мощностью теплового воздействия на металл и на поток наплавляемого металла.

**Материалы и методы.** При решении широкого круга задач сварки и наплавки целесообразно использовать методы инженерного анализа, основанные на физико-математическом моделировании процессов и явлений. К их числу относятся:

- саморегулирование дугового процесса при совместном плавлении электродной и присадочной проволоки;
- оценка возможности управления мощностью теплового воздействия на металл и на поток наплавляемого металла при формировании наплавочной ванны.

В работе рассмотрены особенности дуговой наплавки антикоррозионных хромоникелевых сталей на низколегированную сталь.

**Результаты исследования.** Предложены новые математические зависимости, описывающие физические явления при наплавке с дуговым взаимодействием между электродной и присадочной проволокой. Разработана физико-математическая модель совместного плавления электродной и присадочной проволоки. Она позволяет определять значения регулирующих параметров. Кроме того, можно узнать, с какой мощностью на подложку воздействует тепло от:

- тепловыделения в основной дуге,
- потоков капель наплавляемого электродного и присадочного металла,
- излучения плазмы дуг.

**Обсуждение и заключения.** Установлено, каким образом на ток и длины основной и дополнительной дуг воздействуют напряжения питания. Определена скорость подачи электродной и присадочной проволоки диаметром 1,6 мм и 1,2 мм из сплава Inconel 625. Показано, какое тепловое воздействие в этом случае испытывает подложка. Отмечено, что ввиду большего значения тока основной дуги диаметр электродной проволоки должен быть больше, чем у присадочной. Тепловой поток в подложке создается преимущественно потоком капель наплавляемого металла.

**Ключевые слова:** физико-математическая модель, дуговое взаимодействие, наплавка, плавящийся электрод, присадочная проволока.

**Финансирование:** работа выполнена в рамках инициативной НИОКР по формированию научно-технического задела наукоемкой продукции.

**Для цитирования:** Полосков, С. С. Регулирование дугового взаимодействия между плавящимся электродом и дополнительной присадочной проволокой при наплавке (DE-GMAW) / С. С. Полосков, В. А. Ерофеев, М. А. Шолохов // Advanced Engineering Research. — 2021. — Т. 21, № 1. — С. 62–70. <https://doi.org/10.23947/2687-1653-2021-21-1-62-70>

© Полосков С. С., Ерофеев В. А., Шолохов М. А., 2021



## Consumable electrode – additional filler wire arc interaction control under surfacing (DE-GMAW)

S. S. Poloskov<sup>1</sup>, V. A. Erofeev<sup>2</sup>, M. A. Sholokhov<sup>3</sup>

<sup>1</sup> Moscow Institute of Physics and Technology (National Research University) (Moscow, Russian Federation)

<sup>2</sup> Tula State University (Tula, Russian Federation)

<sup>3</sup> Ural Federal University (Ekaterinburg, Russian Federation)

**Introduction.** Arc surfacing through feeding an additional filler wire heated by an additional arc burning between the filler wire and the electrode wire is considered. Under the conditions of such surfacing, the minimization of the input of the remelted substrate metal into the weld metal is studied. The research objectives are to examine the conditions providing self-regulation of this advanced arc surfacing process, and to evaluate control capabilities of the heat impact power on the metal and on the weld metal flow.

**Materials and Methods.** In solving a wide range of welding and surfacing tasks, it is advisable to use engineering analysis methods based on physicomathematical modeling of processes and phenomena. These include:

- self-regulation of the arc process under joint melting of the electrode and the filler wires;
- assessment of the possibilities to control the heat impact power on the metal and on the weld metal flow during the formation of the weld pool. The features of the arc surfacing of anticorrosive chromium-nickel steels on low-alloy steel are considered in the paper.

**Results.** New mathematical dependences are proposed that describe physical phenomena under surfacing with an arc interaction between the electrode and filler wire. A physicomathematical model of the joint melting of the electrode and filler wire is developed. It provides determining the values of the control parameters. In addition, you can find out how much heat affects the substrate from:

- heat release in the main arc,
- droplet flows of the weld electrode and filler metal,
- arc plasma radiation.

**Discussion and Conclusions.** It is established how the current and the lengths of the main and additional arcs are affected by the supply voltages. The feed rate of the electrode and filler wire with a diameter of 1.6 mm and 1.2 mm made of Inconel 625 alloy is determined. It is shown what thermal effect the substrate undergoes in this case. It is noted that due to the larger value of the main arc current, the diameter of the electrode wire should be larger than that of the filler wire. The heat flow in the substrate is created mainly by the flow of the weld metal droplets.

**Keywords:** physicomathematical model, arc interaction, surfacing, consumable electrode, filler wire.

**Funding information:** the research is done within the framework of the independent R&D on the formation of the scientific and technological groundwork for science-intensive products.

**For citation:** S. S. Poloskov, V. A. Erofeev, M. A. Sholokhov. Consumable electrode – additional filler wire arc interaction control under surfacing (DE-GMAW). *Advanced Engineering Research*, 2021, vol. 21, no. 1, p. 62–70. <https://doi.org/10.23947/2687-1653-2021-21-1-62-70>

**Введение.** Наплавка материалами, характеристики которых заметно отличаются от основного металла, обеспечивает необходимые эксплуатационные свойства контактных поверхностей изделий. При наплавке следует уменьшить перемешивание материалов, поэтому нужно регулировать мощность теплового воздействия на поверхность основного металла и количество наплавляемого материала. В работе [1] впервые была обоснована возможность такого регулирования путем изменения теплового потока при дуговом взаимодействии плавящегося электрода с дополнительной присадочной проволокой. Первоначально данный подход использовался в основном при сварке [2–4], а в последние годы — и при наплавке [5]. По мнению автора работы [6], этот способ наплавки поможет обеспечить высокие эксплуатационные свойства уплотнительных и контактных поверхностей трубопроводной арматуры. Однако ряд исследователей отметили фактор, затрудняющий использование данного метода при сварке и наплавке. Основной проблемой они считают регулирование подачи присадочной проволоки. При недостаточной скорости подачи она может плавиться вне наплавочной ванны, а при высокой — не расплавляться. Поэтому для обеспечения требуемого потока наплавляемого материала при ограниченном тепловом воздействии дуги на поверхность металла необходимо точно задавать ток дополнительной дуги, горящей между проволоками. Условия выполнения работ, нестабильность подачи проволок, неоднородность их теплофизических свойств также непредсказуемо меняют условия плавления основного электрода и присадочной проволоки. Поэтому стабильность процесса наплавки можно обеспечить, используя эффект саморегулирования основной и вспомогательной дуг. Цели работы: исследование условий, обеспечивающих саморегулирование дугового процесса

при совместном плавлении электродной и присадочной проволок, а также оценка возможности управления мощностью теплового воздействия на металл и на поток наплавляемого металла.

**Материалы и методы.** При решении ряда задач перспективно использование методов инженерного анализа, основывающихся на физико-математическом моделировании процессов сварки [7, 8]. Такие модели представляют собой систему дифференциальных уравнений, граничные условия которых учитывают множество технологических факторов. Уравнения решаются в итерационном цикле. Важное преимущество такого метода инженерного анализа на основе фундаментальных физических законов — универсальность результатов и возможность их использования для изучения механизмов физических взаимодействий в процессах сварки и наплавки [9]. К таким явлениям относятся:

- саморегулирование дугового процесса при совместном плавлении электродной и присадочной проволок,
- оценка возможности управления мощностью теплового воздействия на металл.

Однако с учетом эффекта саморегулирования дуг необходимо дополнительно исследовать особенности совместного плавления электродной и присадочной проволок. Кроме того, нужно узнать, с какой мощностью на подложку воздействует тепло от:

- тепловыделения в основной дуге,
- потоков капель наплавляемого электродного и присадочного металла,
- излучения плазмы дуг.

В рамках данной работы рассматривается двухэлектродная сварка (англ. double-electrode gas metal arc welding, DE-GMAW) и наплавка электродами (плавящийся электрод и токоведущая присадочная проволока) в защитном газе.

**Основная часть.** Для изучения механизма взаимодействия основной и дополнительной дуги между электродной и присадочной проволоками необходима физико-математическая модель, учитывающая:

- особенности плавления электродной и присадочной проволок,
- эффект саморегулирования тепловой мощности дуг при наплавке.

Численное решение уравнений модели в итерационном цикле позволяет более глубоко изучить регулировочные характеристики процесса и их влияние на тепловую мощность наплавки.

*Физическая модель плавления электродной и присадочной проволок.* С учетом многих значимых факторов при исследовании особенностей саморегулирования плавления электродной и присадочной проволок целесообразно использовать подходы, изложенные в [10]. Однако пространство моделирования нуждается в уточнении. Рассмотрим уточненное пространство моделирования условий плавления электродной и присадочной проволок под действием дуг. Первая из них — *a* (рис. 1) горит между электродной проволокой 1 и подложкой 3, а вторая *b* — между электродом и присадочной проволокой 2. При этом, по нашему мнению, проволоку целесообразно подавать со стороны передней части наплавочной ванны. Это позволит исключить приварку («замораживание») нерасплавившейся присадочной проволоки в застывающем металле хвостовой части сварочной ванны.

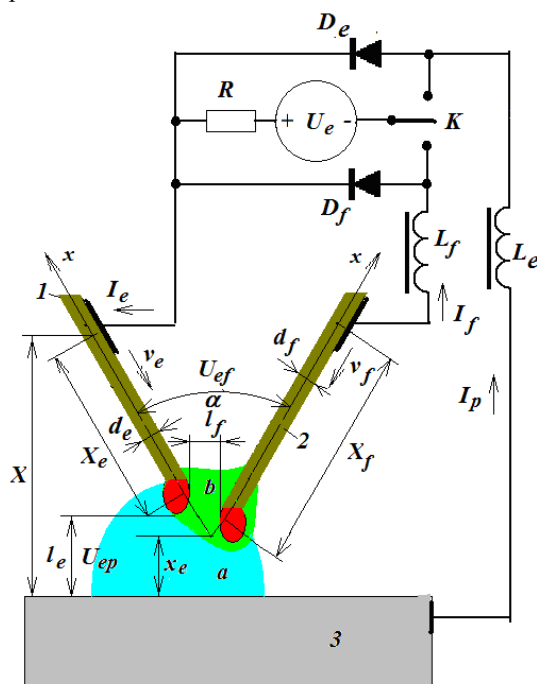


Рис. 1. Схема процесса двухдуговой наплавки плавящимся электродом с дополнительной присадочной проволокой

Для формирования общего плазменного столба дуг  $a$  и  $b$  присадочная проволока подается под углом  $\alpha$  к оси плавящегося электрода  $x$ . Это позволяет осям присадочной и электродной проволок пересекаться на заданном расстоянии  $X$  от их токоподводящих мундштуков и задавать расстояние  $x_e$  от точки пересечения осей проволок до поверхности металла. В пространстве моделирования задаются также скорости подачи и диаметры проволок: электродной  $v_e$ ,  $d_e$  и присадочной  $v_f$ ,  $d_f$ . Для основной дуги  $a$  задается напряжение  $U_{ep}$ , а для дополнительной  $b$  —  $U_{ef}$ . Эти напряжения регулируются ключом  $K$ , перераспределяющим напряжение  $U_e$  источника питания между дугами. Непрерывность токов дуг  $I_e$ ,  $I_f$  обеспечивается дросселями  $L_e$ ,  $L_f$  и замыкающими диодами  $D_e$ ,  $D_f$ . Токи  $I_e$ ,  $I_f$  дуг самоуставляются эффектом саморегулирования длин  $l_e$ ,  $l_f$  соответствующих дуг. Длины вылетов электродов  $X_e$ ,  $X_f$  определяются процессом плавления электродов. Скорости плавления определяются токами дуг  $I_e$ ,  $I_f$  и падением напряжения в анодных областях, а также подогревом вылетов проходящими по ним токами дуг.  $R$  — электрическое сопротивление источника питания.

*Математическая модель саморегулирования процесса наплавки.* Основное управляющее воздействие на процесс обеспечивает работа ключа  $K$ . Его замыкания (с периодом  $\tau$  и длительностью  $t_e$ ,  $t_f$ ) регулируют напряжение на электродах:

$$U_{ep} = (U_e - (R_e + R)I_e) \frac{t_e}{\tau}; U_{ef} = (U_e - (R_f + R_e + R)I_f) \frac{t_f}{\tau}, \quad (1)$$

где  $R_e$ ,  $R_f$  — электрические сопротивления вылетов электродной и присадочной проволок.

В установившемся режиме эти напряжения определяют длины дуг [11]:

$$l_e = \frac{1}{E}(U_{ep} - U_a - U_k); l_f = \frac{1}{E}(U_{ef} - U_a - U_k), \quad (2)$$

где  $U_a$ ,  $U_k$  — падение напряжения в анодной и катодной областях дуги;  $E$  — градиент потенциала в столбе дуги.

Средние значения токов дуг целесообразно определять по скоростям плавления проволок, которые в установившемся режиме равны скоростям их подачи:

$$I_f = \frac{v_f \pi d_f^2}{4U_k} (c\rho(T_k - T_{xf}) + q_{LS}), I_e = \frac{v_e \pi d_e^2}{4U_a} (c\rho(T_k - T_{xe}) + q_{LS}), \quad (3)$$

где  $T_k$  — температура капель электродного металла;  $c\rho$  — теплоемкость металла проволок;  $q_{LS}$  — теплота плавления;  $T_{xe}$ ,  $T_{xf}$  — температуры подогрева вылетов проволок токами дуг.

Следует учитывать, что при импульсном регулировании ток будет изменяться с периодом  $\tau$  и амплитудой:

$$\Delta I = \frac{U_e \tau}{L}. \quad (4)$$

Однако при малом периоде изменения, характерном для современных источников питания, периодическим изменением тока можно пренебречь.

Ток, протекающий через катодное пятно на поверхности металла:

$$I_k = I_e - I_f. \quad (5)$$

Чтобы узнать распределение температуры вдоль осей  $x$  вылетов электродной  $T_e(x)$  и присадочной  $T_f(x)$  проволок, следует учесть зависимость удельного электрического сопротивления металла проволоки от температуры  $\rho_e(T)$  [12]. Тогда распределение температуры:

$$T_e(x) = \left(\frac{4I_e}{\pi d_e^2}\right)^2 \frac{1}{v_e c\rho} \int_0^x \rho_e(T_e(x)) dx, T_f(x) = \left(\frac{4I_f}{\pi d_f^2}\right)^2 \frac{1}{v_f c\rho} \int_0^x \rho_e(T_e(x)) dx. \quad (6)$$

Температура подогрева  $T_{Le}$  определяется по ее значениям на конце вылета  $x = X_e$

Как отмечается в работах [13, 14], температура капель  $T_k$  металла, поступающего в сварочную (наплавочную) ванну, определяется сочетанием многих факторов. Однако она в любом случае будет в интервале между температурами плавления  $T_L$  и кипения  $T_V$  металла:

$$T_k \approx \frac{T_V + T_L}{2}. \quad (7)$$

Мощность тепловыделения рассчитывается по приведенным ниже формулам.

— Для катодного пятна дуги:

$$P_k = U_k(I_e - I_f) \quad (8)$$

— Переносимое электродными каплями:

$$P_e = U_a I_e + c\rho T_{xe} v_e \frac{\pi d_e^2}{4}. \quad (9)$$

— От потока капель присадочной проволоки:

$$P_f = U_k I_f + c\rho T_{xf} v_f \frac{\pi d_f^2}{4}. \quad (10)$$

Мощность излучения столба дуги:

$$P_{rad} = E(I_f l_f + I_e l_e). \quad (11)$$

На поверхность подложки попадает только часть излучения дуги. Учтем, что интенсивность излучения обратно пропорциональна квадрату расстояния от центра излучения. Примем, что этот центр удален от поверхности подложки на длину основной дуги. Тогда мощность на поверхности подложки:

$$P_r = \frac{P_{\text{rad}}}{2} \iint_S \frac{dS}{r^2 + l_e^2}, \quad (12)$$

где  $S$  — площадь поверхности,  $r$  — расстояние от поверхности до оси факела дуги.

Численное решение уравнений модели сводится к итерационному подбору токов дуг, при котором достигается равенство во всех соотношениях (рис. 2).

|  |  |
|--|--|
| Исходные данные: марка металла и наплавляемого материала, размеры $X_1, X_2, x_e$ , параметры режима наплавки $v_e, d_e, v_f, d_f, U_e, R, \tau, t_e, t_f$ .<br>Определенные из баз данных свойства материалов $T_v, T_L, c_p, q_{LS}, U_a, U_k, E, \rho_e(T)$ .   |  |
| Начальное приближение  |  |
| Итерационный цикл уточнения токов $I_e, I_f$   |  |
| Вычисление распределения температур в вылетах: $x = 0, T(x) = T_0, R_e = 0, R_f = 0$   |  |
| Цикл $x = x + dx$  |  |
|  | $T_e(x) = T_e(x) + \left(\frac{4I_e}{\pi d_e^2}\right)^2 \frac{\rho_e(T_e(x))}{v_e c_p} dx, T_f(x) = T_f(x) + \left(\frac{4I_f}{\pi d_f^2}\right)^2 \frac{\rho_e(T_f(x))}{v_f c_p} dx$ |
|  | Электросопротивление вылетов:<br>$R_e(x) = R_e(x) + \frac{\rho_e(T_e(x))}{\pi d_e^2} dx, R_f(x) = R_f(x) + \frac{\rho_e(T_f(x))}{\pi d_f^2} dx$  |
| пока $x < X_e$ или $x < X_f$   |  |
| Параметры вылетов $T_{Le} = T_e(L_e), T_{Lf} = T_f(L_f), R_e = R_t(L_e), R_f = R_f(L_f)$   |  |
| Уточнение токов<br>$I_f = \frac{1}{4} \left[ 3I_f + \frac{v_f \pi d_f^2}{4U_k} (c_p(T_k - T_{Xf}) + q_{LS}) \right], I_e = \frac{1}{4} \left[ 3I_e + \frac{v_e \pi d_e^2}{4U_a} (c_p(T_k - T_{Xe}) + q_{LS}) \right]$  |  |
| пока $I_e \text{ const}$ или $I_f \text{ const}$   |  |
| Определение параметров процесса: $D = k_D (I_e + I_f)^{\frac{2}{3}} + d_e$ ;<br>$P_e = U_a I_e + c_p T_{Xe} v_e \frac{\pi d_e^2}{4}; P_f = U_k I_f + c_p T_{Xf} v_f \frac{\pi d_f^2}{4};$<br>$P_r = \frac{E}{2} (I_f l_f + I_e l_e) \iint_S \frac{dS}{r^2 + l_e^2}; l_e = \frac{1}{E} (U_{ep} - U_a - U_k); l_f = \frac{1}{E} (U_{ef} - U_a - U_k).$ |  |

Рис. 2. Алгоритм расчета параметров совместного процесса плавления электродных проволок

Представленный на рис. 2 алгоритм расчета параметров совместного процесса плавления электродных проволок позволяет детально исследовать условия саморегулирования основной и дополнительной дуг в процессе наплавки.

### Результаты исследования

Регулировочные характеристики процесса. Регулирующие воздействия:

- скорость подачи электродной и присадочной проволок,
- напряжение холостого хода источника питания,
- относительная длительность замыканий ключа, управляющая соотношением напряжений основной и дополнительной дуг.

Эти воздействия определяют токи дуг, их длины и распределение мощности процесса. Дополнительными параметрами, определяющими результаты регулирования, являются диаметры проволок, их вылеты, углы между ними.

Диапазоны значений параметров регулирования имеют ограничения. Важнейшее из них — условие существования дуги между подложкой и электродом, т. е. тока  $I_k = I_e - I_f > 0$  через катодное пятно на подложке.

Соответственно, должно выполняться соотношение:

$$\frac{v_e d_e^2}{U_a} > \frac{v_f d_f^2}{U_k}. \quad (13)$$

Второе важное ограничение — минимальное напряжение на дугах, обеспечивающее их стабильное горение при отсутствии коротких замыканий:

$$U_e \frac{t_e}{\tau} > U_a + U_k; U_e \frac{t_f}{\tau} > U_a + U_k. \quad (14)$$

Дополнительно нужно обеспечить корректное расположение точки схода электродов над поверхностью подложки и наплавляемого слоя и отсутствие коротких замыканий каплями электродного металла, т. е. длина



основной дуги должна быть:

$$l_e > x_e + l_f \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2}; x_e > d_e. \quad (15)$$

Для этого необходимо напряжение основной дуги не менее:

$$U_e \frac{t_e}{\tau} > U_a + U_k + El_e. \quad (16)$$

Длина дополнительной дуги  $l_f$  является технологическим параметром, позволяющим удалять поток капель присадки от основной дуги.

*Влияние регулирующих параметров на мощность процесса.* Мощность тепловых потоков, воздействующих на подложку, складывается из тепловыделения в катодном пятне основной дуги, мощности излучения основной и дополнительной дуг, теплопереноса каплями электродного и присадочного металла. На рис. 3 показано влияние скорости подачи электродной проволоки диаметром 1,6 мм из сплава Inconel 625 на:

- ток  $I_e$  основной дуги,
- мощность  $P_k$ , выделяемую в катодном пятне,
- мощность  $P_e$  теплового потока капель электродного металла,
- температуру  $T_e$  подогрева вылета электрода,
- длину  $l_e$  основной дуги.

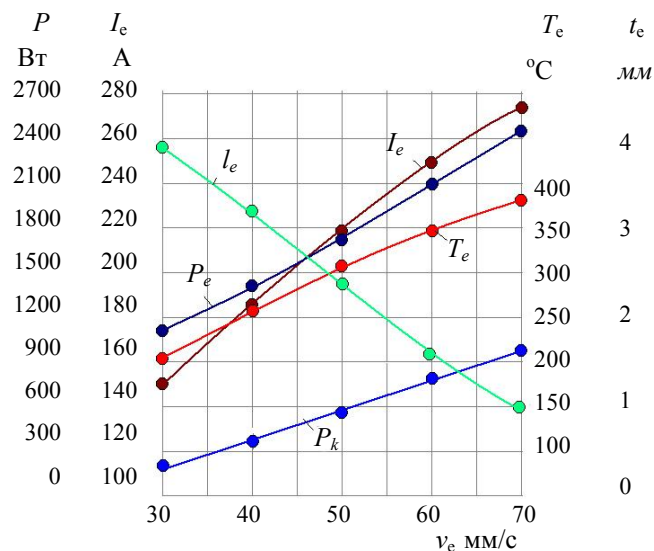


Рис. 3. Зависимость параметров основной дуги от скорости подачи  $v_e$  электрода диаметром  $d_e = 1,6$  мм из сплава Inconel 625 при вылете  $l_e = 10$  мм, напряжении питания  $U_e = 32$  В, скважности  $t_e/\tau = 0,5$  и токе дополнительной дуги  $I_f = 108$  А

С увеличением скорости  $v_e$  подачи электродной проволоки при фиксированном токе  $I_f$  дополнительной дуги ток  $I_e$ , протекающий по электроду, возрастает почти пропорционально скорости. Отклонение от пропорциональности объясняется заметным увеличением температуры  $T_e$  вылета электрода. По этой же причине мощность  $P_e$ , нагревающая электрод, увеличивается быстрее, чем ток  $I_e$  дуги. Мощность  $P_k$ , выделяемая в катодном пятне на поверхности подложки, практически пропорциональна скорости подачи, но много меньше тепловой мощности  $P_e$  потока капель. Длина  $l_e$  основной дуги линейно убывает по мере увеличения скорости подачи электрода.

На рис. 4 показано влияние скорости  $v_f$  подачи присадочной проволоки диаметром 1,2 мм из сплава Inconel 625 на:

- ток  $I_f$  дополнительной дуги,
- мощность  $P_k$ , формируемую в катодном пятне,
- мощность  $P_f$  теплового потока капель металла присадочной проволоки,
- температуру  $T_f$  подогрева вылета проволоки,
- длину  $l_f$  дополнительной дуги.

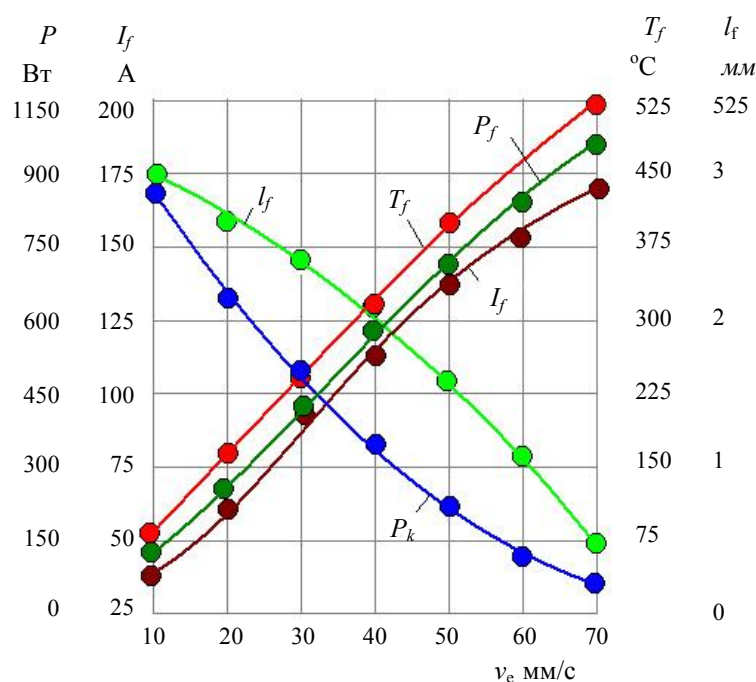


Рис. 4. Зависимость параметров дополнительной дуги от скорости подачи  $v_f$  присадочной проволоки диаметром  $d_e = 1,2$  мм из сплава Inconel 625 при вылете  $l_e = 10$  мм, напряжении питания  $U_e = 32$  В, скважности  $t_f/\tau = 0,5$  и токе основной дуги  $I_e = 185$  А

С увеличением скорости  $v_f$  подачи присадочной проволоки при фиксированном токе  $I_e$  основной дуги ток  $I_f$  несколько непропорционален скорости подачи из-за заметного увеличения температуры  $T_f$  вылета проволоки. Мощность  $P_e$ , затрачиваемая на нагревание проволоки, увеличивается быстрее тока  $I_f$  дополнительной дуги. Мощность  $P_k$ , формируемая в катодном пятне на поверхности подложки, сильно снижается при увеличении скорости подачи присадочной проволоки из-за перераспределения тока основной дуги на присадочную проволоку. Тепловая мощность  $P_f$  потока капель с присадочной проволоки меньше мощности  $P_e$  капель с электрода. Длина  $l_f$  дополнительной дуги нелинейно убывает по мере увеличения скорости подачи. Это объясняется влиянием электрического сопротивления, которое у присадочной проволоки больше, чем у вылета электрода, из-за меньшего диаметра проволоки и большей температуры  $T_f$ . Напряжение дуг определяет их длину, т. е. расположение над подложкой.

На рис. 5 показано, как от режима наплавки зависят расстояния между электродной и присадочной проволоками и их удаление от подложки.

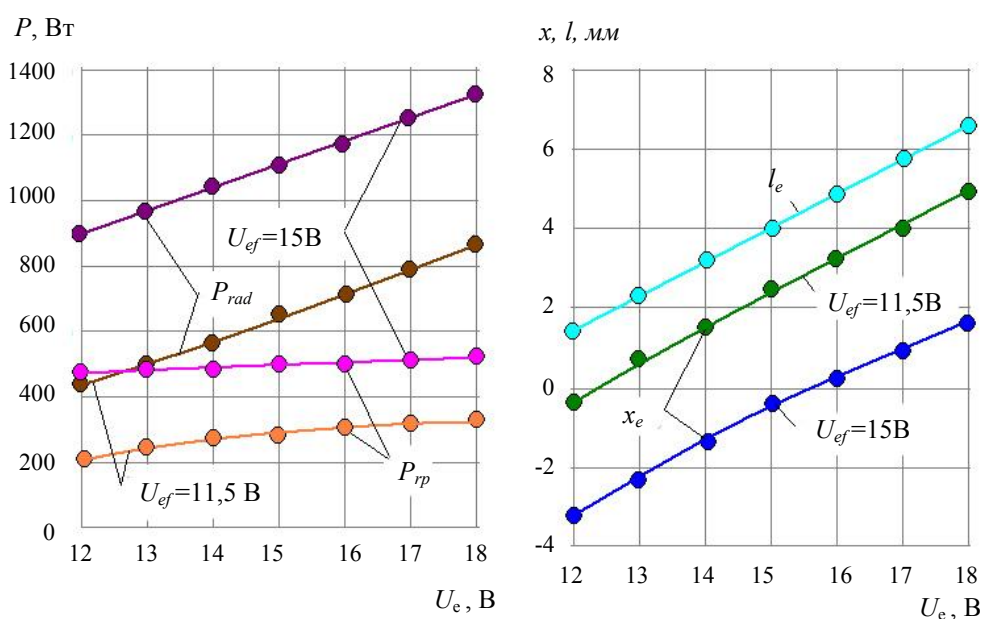


Рис. 5. Влияние напряжения основной дуги  $U_{ep}$  при разном напряжении дополнительной дуги  $U_{ef}$  на: мощность излучения дуги  $P_{rad}$ , мощность излучения дуги на подложку  $P_{np}$ , длину основной дуги  $l_e$ , расстояния  $x_e$  от точки схода электродов до подложки

Минимальное напряжение дуг (12 В) определяется суммой анодного и катодного напряжений, а также их минимальной длиной. Между электродной и присадочной проволоками задано напряжение  $U_{ef}$ . При этом повышение напряжения  $U_{ep}$  между электродом и подложкой увеличивает длину  $l_e$  основной дуги, что сопровождается повышением мощности  $P_{rad}$  тепловыделения в плазменном факеле дуг. Повышение напряжения  $U_{ef}$  между электродом и присадкой увеличивает длину  $l_f$  дополнительной дуги, что также повышает мощность  $P_{rad}$ . Некоторая часть  $P_{rp}$  этой мощности  $P_{rad}$  излучается на поверхность подложки. Заметна зависимость общей мощности  $P_{rad}$  факела дуг от напряжения основной дуги  $U_{ep}$ . При этом менее значительно изменение мощности  $P_{rp}$ , нагревающей подложку. Это объясняется удалением плазмы дуги от подложки при увеличении длины  $l_e$  основной дуги. Напряжение дополнительной дуги  $U_{ef}$  влияет на мощность подогрева  $P_{rp}$  излучением значительно сильнее, так как расстояние между факелом дуги и подложкой не зависит от этого напряжения. Напряжения  $U_{ep}$  и  $U_{ef}$  существенно влияют на расположение  $x_e$  точки схода проволок, что налагает ограничения по питанию дуг.

**Обсуждение и заключения.** Наплавка с дуговым взаимодействием между электродной и присадочной проволокой позволяет регулировать мощности, расходуемые на плавление наплавляемого металла и на подогрев подложки. Стабильность дуговой сварки плавящимся электродом обычно обеспечивается эффектом саморегулирования, который выравнивает скорости плавления и подачи электродных проволок при их изменении в широких пределах. Физико-математическая модель совместного плавления электродной и присадочной проволок разработана с учетом саморегулирования, при котором управляющими воздействиями являются скорости подачи проволок и напряжения на сварочных горелках, а токи и длины дуг — это результаты саморегулирования. Модель позволяет определять значения регулирующих параметров, а также мощности теплового воздействия на подложку при наплавке плавящимся электродом с дополнительной присадочной проволокой.

По итогам проведенных работ можно сделать следующие выводы.

1. При дуговой наплавке плавящимся электродом с дополнительной присадочной проволокой для эффективного регулирования соотношения между объемами наплавляемого материала и переплавляемой подложки следует обеспечить саморегулирование:

- основной дуги между электродом и подложкой,
- дополнительной дуги между электродами.

2. Саморегулирование дугового процесса плавления электродной и присадочной проволок описано системой уравнений. В ней регулирующие воздействия — это скорости подачи проволок и напряжения основной и дополнительной дуг, а результатом управления являются токи дуг, их длины, распределение мощности тепловыделения, тепловые потоки капле электродного металла и излучения дуг на поверхности подложки.

3. Установлены ограничения на:

- соотношения параметров подачи электродной и присадочной проволоки, которые обеспечивают наличие дуги между электродом и подложкой;
- минимальное напряжение на дугах, поддерживающее их стабильное горение при отсутствии коротких замыканий.

4. Выполнены расчеты режимов наплавки плавящимся электродом с дополнительной присадочной проволокой сплава Inconel 625. Вычисления показали возможность регулирования процесса в широком диапазоне скоростей подачи проволок и напряжения на горелках.

#### Библиографический список

1. Zhang, Y. M. Double electrodes improve GMAW heat input control / Y. M. Zhang, M. Jiang, W. Lu // *Welding Journal*. — 2004. — Vol. 83, no. 11. — P. 39–41.
2. Li, K. H. Consumable double-electrode GMAW. Part 1: The process / K. H. Li, Y. M. Zhang // *Welding Journal*. — 2008. — Vol. 87, no. 1. — P. 11–17.
3. Li, K. H. Consumable double-electrode GMAW. Part II: Monitoring, modeling and control / K. H. Li, Y. M. Zhang // *Welding Journal*. — 2008. — Vol. 87, no. 2. — P. 44–50.
4. Lu, Y. Double-Electrode Arc welding process: Principle, variants, control and developments / Yi Lu, Shu Jun Chen, Yu Shi [et al.] // *Journal of Manufacturing Processes*. — 2014. — Vol. 16, no. 1. — P. 93–108.
5. Günther, K. Hot wire-assisted gas metal arc welding of hypereutectic FeCrC hardfacing alloys: Microstructure and wear properties / K. Günther, J. P. Bergmann, D. Suchodoll // *Surface and Coatings Technology*. — 2018. — Vol. 334. — P. 420–428.
6. Полосков, С. С. Проблемы наплавки уплотнительных поверхностей трубопроводной арматуры и пути их решения / С. С. Полосков // *Вестник Донского государственного технического университета*. — 2019.

— Т. 19, № 4. — С. 349–356. DOI: <https://doi.org/10.23947/1992-5980-2019-19-4-349-356>.

7. Физико-математическая модель орбитальной сварки неплавящимся электродом в инертных газах: концепция и возможности / А. В. Шипилов, В. А. Ерофеев, Е. М. Вышемирский, С. И. Полосков // Сварка и диагностика. — 2011. — № 2. — С. 3–9.

8. Winczek, J. Modelling of a temporary temperature field during arc weld surfacing of steel elements taking into account heat of the weld / J. Winczek, G. Rygal // Journal of Applied Mathematics and Computational Mechanics. — 2015. — Vol. 14, no. 1. — P. 111–120.

9. Murphy, A. B. A perspective on arc welding research: The importance of the arc, unresolved questions and future directions / A. B. Murphy // Plasma Chemistry & Plasma Processing. — 2015. — Vol. 35, no. 3. — P. 471–489.

10. Полосков, С. С. Физико-математическая модель дугового взаимодействия при наплавке плавящимся электродом с дополнительной присадочной проволокой / С. С. Полосков, В. А. Ерофеев, М. А. Шолохов // Сварка и диагностика. — 2019. — № 6. — С. 27–31.

11. Физико-математическая модель системы «источник питания — дуга» для сварки плавящимся электродом в защитных газах / О. Б. Гецкин, С. И. Полосков, В. А. Ерофеев, О. П. Витько // Тяжелое машиностроение. — 2008. — № 6. — С. 18–20.

12. Waszink, H. Heat generation and heat flow in the filler metal in GMA welding / H. Waszink, C. J. P. M. Van den Heuvel // Welding Journal. — 1982. — Vol. 61, no. 8. — P. 269–280.

13. Ленивкин, В. А. Технологические свойства сварочной дуги в защитных газах / В. А. Ленивкин, Н. Г. Дюргеров, Х. Н. Сагиров. — Москва : Машиностроение, 1989. — 264 с.

14. Chuan Song Wu. Computer simulation of three-dimensional convection in traveling MIG weld pools / C. S. Wu // Engineering Computations. — 1992. — Vol. 9, iss. 5. — P. 529–537.

Сдана в редакцию 04.12.2020

Запланирована в номер 21.01.2021

*Об авторах:*

**Полосков Станислав Сергеевич**, директор Аналитического центра Московского физико-технического института — национального исследовательского университета (141701, РФ, г. Долгопрудный Московской обл., пер. Институтский, 9), Scopus ID [57190177358](https://orcid.org/0000-0002-8205-3565), ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-8205-3565>, [poloskov.ss@mipt.ru](mailto:poloskov.ss@mipt.ru).

**Ерофеев Владимир Александрович**, профессор кафедры «Сварка, литье и технология конструкционных материалов», ФГБОУ ВО «Тульский государственный университет» (300600, РФ, Тула, пр. Ленина, 92), кандидат технических наук, ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-3756-2640>, [Va\\_erofeev@mail.ru](mailto:Va_erofeev@mail.ru).

**Шолохов Михаил Александрович**, заведующий кафедрой «Автоматизация и роботизация сварочного производства», ФГАОУ ВО «Уральский федеральный университет им. первого Президента России Б. Н. Ельцина» (620002, РФ, г. Екатеринбург, ул. Мира, 19), доктор технических наук, ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-7666-5645>, [M.a.sholokhov@urfu.ru](mailto:M.a.sholokhov@urfu.ru).

*Заявленный вклад соавторов:*

С. С. Полосков — определение области моделирования и граничных условий, анализ результатов, подготовка текста, формирование выводов. В. А. Ерофеев — построение физико-математической модели, анализ результатов. М. А. Шолохов — научное руководство, доработка текста, корректировка выводов.

*Все авторы прочитали и одобрили окончательный вариант рукописи.*

# МАШИНОСТРОЕНИЕ И МАШИНОВЕДЕНИЕ

## MACHINE BUILDING AND MACHINE SCIENCE



УДК 621.65; 004.92

<https://doi.org/10.23947/2687-1653-2021-21-1-71-81>

### Прочностной анализ корпуса плунжерного насоса типа TWS 600 в системе автоматизированного проектирования Solid Works Simulation

Э. В. Коледа<sup>1</sup>, С. О. Киреев<sup>1</sup>, М. В. Корчагина<sup>1</sup>, А. В. Ефимов<sup>1</sup>, Й. Шперлинг<sup>2</sup>

<sup>1</sup> ФГБОУ ВО «Донской государственный технический университет» (г. Ростов-на-Дону, Российская Федерация)

<sup>2</sup> ACT Well Services GmbH (г. Дайсдорф, Федеративная Республика Германия)



**Введение.** Актуальность представленной работы обусловлена широким применением плунжерных насосов в производственной практике, в частности в газо- и нефтедобыче. От их надежности во многом зависит качество проведения технологических операций и эффективность дальнейшей эксплуатации скважин. Совершенствование плунжерных насосов предполагает повышение их надежности, увеличение срока службы, коэффициента полезного действия, уменьшение габаритов, массы и трудоемкости монтажных и ремонтных работ. Модернизация механизма включает его силовое исследование, так как по найденным силам проводятся последующие расчеты на прочность. До появления программ численного анализа твердотельных объектов аналитическое решение задачи прочностного расчета станины приводной части насоса высокого давления было весьма трудоемкой и затратной процедурой. Ситуация изменилась с развитием компьютерных технологий и включением метода конечных элементов в системы автоматизированного проектирования. Цель настоящей работы — выполнение прочностного расчета корпуса плунжерного насоса типа TWS 600 из стали 09Г2С.

**Материалы и методы.** Разработана методика определения реакций опор кривошипного вала плунжерного насоса высокого давления и прочностного расчета корпуса приводной части. Направление и величина результирующих сил и реакций опор определены графически по принципу суперпозиции силового воздействия на опоры. Прочностные расчеты проводились с помощью метода конечных элементов в системе автоматизированного проектирования Solid Works Simulation. При этом использовались твердотельная и конечноэлементная модели корпуса с наложенными граничными условиями, выявленными при анализе конструкции и расчете усилий, возникающих в процессе работы насоса.

**Результаты исследования.** Описаны реакции в опорах коленчатого вала с учетом формируемых плунжером сил в зависимости от режима его работы и положения кривошипа. Определены силы, действующие на каждый из плунжеров, и результирующие реакции в каждой из опор. Представлены эпюры напряжений и коэффициента запаса прочности, позволяющие оценить прочность корпуса и выработать рекомендации по созданию более рациональной его конструкции.

**Обсуждение и заключения.** В результате проведенных расчетов выявлены области конструкции, имеющие минимальные коэффициенты запаса прочности, и области, в несколько раз превышающие рекомендованные значения. Это позволяет оптимизировать исследуемую конструкцию, усилив первые и уменьшив толщину металла на вторых. С точки зрения массогабаритных характеристик и ремонтпригодности результаты выполненного прочностного расчета могут быть использованы для оптимизации конструкции корпуса насоса при типовых режимах работы.

**Ключевые слова:** плунжерный насос, реакции опор, прочностной расчет, оптимизация конструкции, принцип суперпозиции, расчет корпусных деталей.

**Для цитирования:** Прочностной анализ корпуса плунжерного насоса типа TWS 600 в системе автоматизированного проектирования Solid Works Simulation / Э. В. Коледа, С. О. Киреев, М. В. Корчагина [и др.] // Advanced Engineering Research. — 2021. — Т. 21, № 1. — С. 71–81. <https://doi.org/10.23947/2687-1653-2021-21-1-71-81>

**Финансирование:** Работа выполнена в рамках инициативной НИР № АААА-А20-120012190068-8 от 21.01.2020 г.

© Коледа Э. В., Киреев С. О., Корчагина М. В., Ефимов А. В., Шперлинг Й., 2021





## Strength analysis of the TWS 600 plunger pump body in Solid Works Simulation

E. V. Koleda<sup>1</sup>, S. O. Kireev<sup>1</sup>, M. V. Korchagina<sup>1</sup>, A. V. Efimov<sup>1</sup>, J. Sperling<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Don State Technical University (Rostov-on-Don, Russian Federation)

<sup>2</sup>ACT Well Services GmbH (Diesdorf, Federal Republic of Germany)

**Introduction.** The relevance of the presented paper is due to the widespread use of plunger pumps in industrial practice, in particular, in gas and oil production. The quality of working operations and the efficiency of further well operation depend largely on their reliability. The improvement of plunger pumps involves increasing their reliability, increasing their service life, efficiency, downsizing, reduction in weight, labor intensity of installation and repair work. The modernization of the mechanism includes its power study since the found forces are used for subsequent strength calculations. Before the appearance of programs for the numerical analysis of solid objects, the analytical solution to the problem of strength calculation of the high-pressure pump drive frame was a very time-consuming and expensive procedure. The situation has changed with the development of computer technologies and the inclusion of the finite element method in the computer-aided design systems. The objective of this work is to perform a strength calculation on the TWS 600 plunger pump body made of 09G2S steel.

**Materials and Methods.** A method for determining the reactions of the crank shaft supports of a high-pressure plunger pump and strength calculation of the drive part housing is developed. The direction and magnitude of the resulting forces and reactions of the supports are determined graphically according to the superposition principle of the force action on the supports. Strength calculations were performed using the finite element method in the computer-aided design system Solid Works Simulation. In this case, solid and finite-element models of the body with imposed boundary conditions were used, which were identified during the analysis of the design and the calculation of the forces arising under the pump operation.

**Results.** The reactions in the crankshaft supports are described with account for the forces generated by the plunger depending on its operating mode and the crank position. The forces acting on each of the plungers and the resulting reactions in each of the supports are determined. The diagrams of stresses and the safety factor are presented, which provide assessing the strength of the body and developing recommendations for creating a more rational design.

**Discussion and Conclusions.** As a result of the calculations, we have identified areas of the structure with minimum safety factors, and areas that are several times higher than the recommended values. This provides optimizing the design under study through strengthening the first and reducing the thickness of the metal on the second. From the point of view of weight and size characteristics and maintainability, the results of the strength calculation performed can be used to optimize the design of the pump body under typical operating conditions.

**Keywords:** plunger pump, support reactions, strength calculation, design optimization, superposition principle, calculation of body parts.

**For citation:** E. V. Koleda, S. O. Kireev, M. V. Korchagina, et al. Strength analysis of the TWS 600 plunger pump body in Solid Works Simulation. Advanced Engineering Research, 2021, vol. 21, no. 1, p. 71–81. <https://doi.org/10.23947/2687-1653-2021-21-1-71-81>

**Funding information:** the research is done within the frame of the independent R&D no. AAAA-A20-120012190068-8 of 21.01.2020.

**Введение.** Добыча нефти не обходится без использования плунжерных насосов. Они необходимы для таких технологических операций, как цементирование и кислотная обработка скважин, гидropескоструйная перфорация, гидравлический разрыв пласта и др. [1]. Уменьшение габаритов и веса насосов делает их крайне привлекательными для использования в мобильных нефтепромысловых установках. От надежности насосов во многом зависит качество проведения технологических операций и эффективность дальнейшей эксплуатации нефтяных и газовых скважин [2].

Несмотря на общий довольно высокий уровень конструкций плунжерных насосов, их продолжают улучшать. Совершенствование плунжерных насосов направлено на повышение надежности, увеличение срока службы, коэффициента полезного действия, уменьшение габаритов, массы и трудоемкости монтажных и ремонтных работ. С этой целью меняются конструкции узлов и деталей приводной и гидравлической части [3–5]. Модернизация механизма всегда включает его силовое исследование, так как по найденным силам проводятся последующие расчеты на прочность. В последнее время в связи с развитием компьютерных технологий все шире используются численные методы прочностного анализа с применением прикладных программ [6, 7].



До появления программ численного анализа твердотельных объектов аналитическое решение задачи прочностного расчета станины приводной части насоса высокого давления было весьма трудоемкой и затратной процедурой [8–10]. Развитие метода конечных элементов (МКЭ) в области механики деформируемого твердого тела и включение его в системы автоматизированного проектирования (САПР, например Solid Works Simulation) открывает новые возможности в решении задач подобного рода. Прочностные расчеты, проводимые в САПР, позволяют оптимизировать конструкцию корпусных деталей. Для рассматриваемой конструкции корпус является одной из ответственных деталей, воспринимающих нагрузку и обеспечивающих правильное взаимное расположение элементов приводной части.

Для получения достоверных результатов при прочностном анализе корпуса насоса с помощью численных методов в САПР необходимо определить все внешние нагрузки, действующие на корпус.

В качестве объекта модернизации выбран широко применяемый трехплунжерный насос TWS 600. В России для изготовления корпусных деталей плунжерных насосов высокого давления применяется конструкционная низколегированная сталь марки 09Г2С [11]. Замена материала корпусных деталей плунжерного насоса типа TWS 600 на сталь марки 09Г2С позволит снизить себестоимость. В связи с этим цель настоящей работы — анализ возможности замены материала корпуса плунжерного насоса типа TWS 600, на сталь 09Г2С для оптимизации цены и обеспечения возможности ремонтных работ.

**Материалы и методы.** Замену материала следует обосновать прочностным расчетом. Расчет корпуса проводился МКЭ в САПР Solid Works Simulation.

Внешние силы, действующие на корпус насоса, — это реакции в опорах коленчатого вала. Они возникают от действия сил инерции возвратно-поступательно движущихся деталей крейцкопфной шатунной группы и сил давления жидкости на плунжер. Для определения реакций в опорах коленчатого вала необходимо выполнить динамический расчет кривошипно-ползунного механизма плунжерного насоса<sup>1</sup>.

Как отмечается в [12, 13], в задачи динамического анализа входит изучение влияния внешних и внутренних сил на звенья и кинематические пары механизма, а также выявление способов снижения динамических нагрузок.

Рассматриваемый коленчатый вал состоит из двух коренных шеек на основной оси вала и трех кривошипных шеек, эксцентрично расположенных со смещением 120°. Подшипниковые опоры расположены на коренных шейках и на щеках вала между кривошипными шейками (рис. 1).

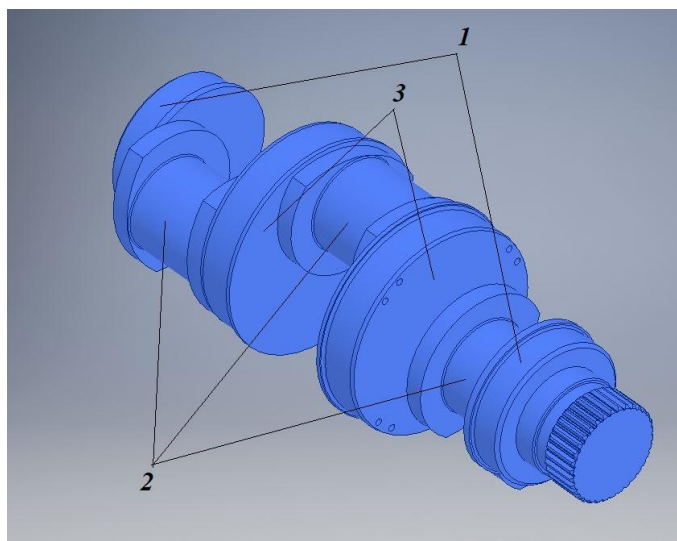


Рис. 1. Коленчатый вал плунжерного насоса типа TWS 600: 1 — коренные шейки; 2 — шатунные шейки; 3 — щеки

Во время работы насоса три плунжера последовательно совершают возвратно-поступательные движения, обеспечивающие нагнетание или всасывание (рис. 2).

<sup>1</sup> Тимофеев, Г. А. Теория машин и механизмов: курс лекций. М., 2010. 351 с.

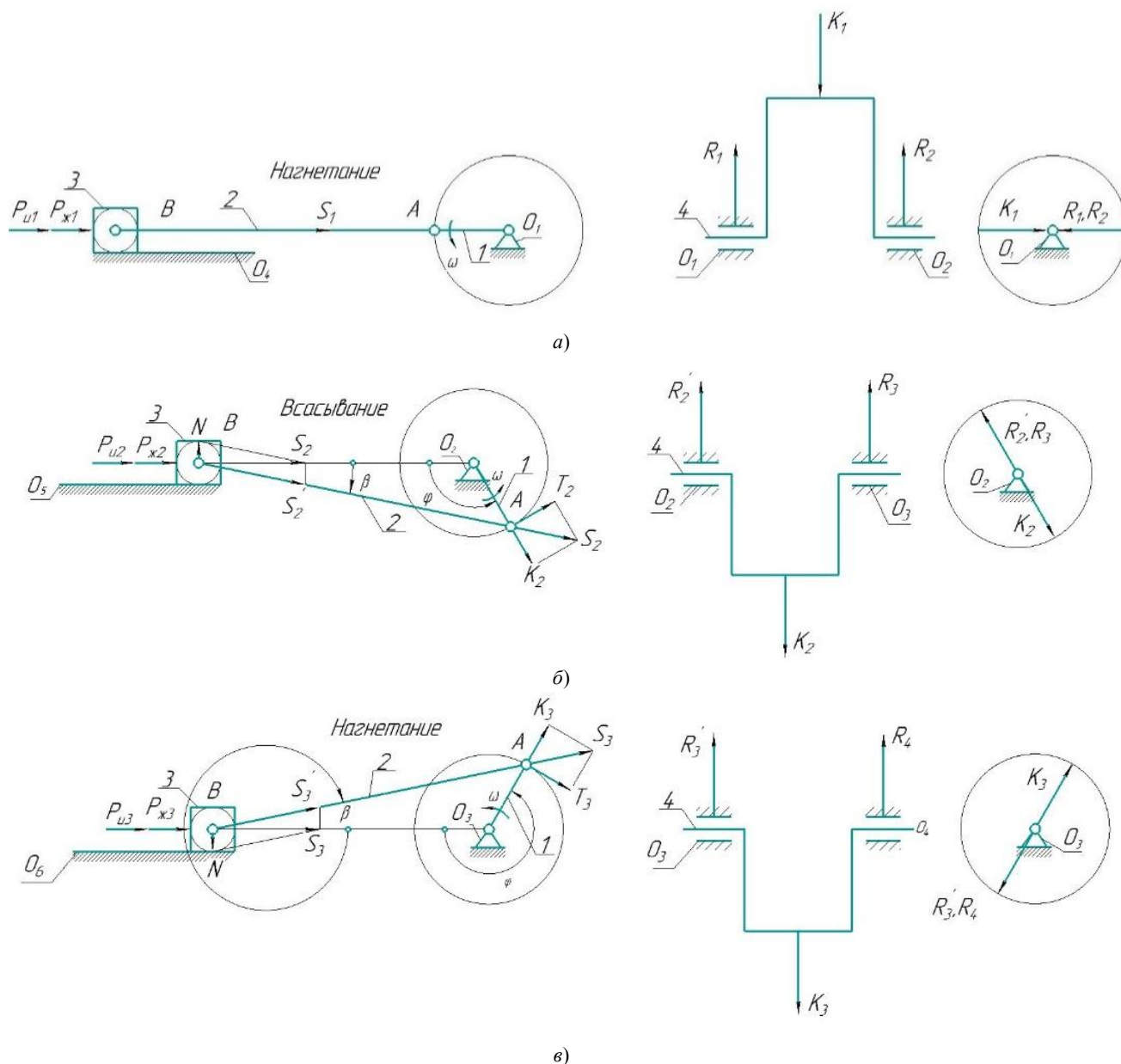


Рис. 2. Расчетная схема механизма приводной части плунжерного насоса: положение 1-го плунжера (а); положение 2-го плунжера (б); положение 3-го плунжера (в)

Рассмотрим такое положение механизма, при котором первый плунжер находится в крайней точке нагнетания (кр. т) и испытывает максимальную нагрузку. Угол поворота кривошипной шейки для этого плунжера равен нулю (рис. 2 а). Тогда второй плунжер совершает всасывание (всас.) (рис. 2 б), его шейка смещена на  $120^\circ$ . Третий плунжер работает на нагнетание (наг.) (рис. 2 в), шейка смещена на  $240^\circ$ . Таким образом, в одной ситуации коленчатый вал нагружен силами различной величины, и реакции опор будут различны. Это происходит при положении кривошипа, когда первый плунжер находится в крайней точке нагнетания, второй совершает всасывание, а третий работает на нагнетание. Проведем расчет для указанного положения кривошипа (механизма) [8–10], а затем для других положений: когда второй и третий плунжеры будут достигать крайней точки нагнетания.

Массы звеньев рассчитаны в программе Autodesk Inventor Professional 2018 по созданной ранее 3D модели привода плунжерного насоса типа TWS 600. Была построена расчетная схема механизма приводной части плунжерного насоса с указанием сил, действующих на его звенья (рис. 2).

Обозначим внешние силы для нахождения реакций кривошипного вала:  $P_{\text{ж}}$  — сила давления жидкости,  $P_{\text{и}}$  — сила инерции.

Силу давления жидкости, действующую на плунжер, находим из выражения:

$$P_{\text{ж}} = p_{\text{ж}} \cdot \pi \cdot r^2,$$

где  $p_{ж}$  — давление перекачиваемой жидкости, приложенное к плунжеру;  $r$  — радиус сечения плунжера<sup>1</sup>.

Сила инерции возвратно-поступательно движущихся частей равна:

$$P_u = -m \cdot i = -m \cdot r \cdot \omega^2 \cdot (\cos \varphi + (2 \cdot \cos^2 \varphi - 1)),$$

$$m = m_k + 0,275 \cdot m_{ш},$$

где  $m_k$  — масса крейцкопфа,  $m_{ш}$  — масса верхней головки шатуна,  $r$  — радиус кривошипа,  $\omega$  — частота вращения коленчатого вала при 230 об/мин,  $\varphi$  — угол поворота коленчатого вала.

Сила, действующая на плунжер, определяется по формуле:

$$P_{\Sigma} = P_{ji} + P_{ui},$$

где  $P_{ji}$  — сила давления перекачиваемой жидкости в каждом положении плунжера,  $P_{ui}$  — сила инерции возвратно-поступательно движущихся частей в каждом положении плунжера.

Суммарная сила  $P_{\Sigma}$ , приложенная к оси пальца крейцкопфа и направленная по оси цилиндра, может быть разложена на:

- силу  $N$ , действующую перпендикулярно оси цилиндра;
- силу  $S$ , действующую по оси шатуна.

$N$  прижимает крейцкопф к стенке цилиндра, что вызывает износ их поверхностей. Эта сила изменяется по значению и направлению, поочередно прижимая крейцкопф то к одной, то к другой стороне направляющих.

Силу  $S$ , перенесенную на ось шатунной шейки, можно разложить на:

- касательную силу  $T$ , действующую перпендикулярно кривошипу коленчатого вала;
- радиальную силу  $K$ , направленную по оси кривошипа.

Сила  $K$  определяется по формуле:

$$K_i = P_{\Sigma i} \cdot \frac{\cos(\varphi_i + \beta_i)}{\cos \beta},$$

где  $\varphi_i$  — угол поворота кривошипа (рис. 2);  $\beta_i$  — угол отклонения шатуна от оси (рис. 2);  $P_{\Sigma i}$  — суммарная сила, действующая на плунжер.

Результаты расчета радиальных сил для всех кривошипных шеек в каждом рассматриваемом положении механизма сведены в таблице 1.

Таблица 1

Результаты расчета радиальных сил для всех кривошипных шеек в каждом рассматриваемом положении механизма

| Положение механизма |       |         |         |        |       |       |         |        |
|---------------------|-------|---------|---------|--------|-------|-------|---------|--------|
| I                   |       |         | II      |        |       | III   |         |        |
| Положение плунжера  |       |         |         |        |       |       |         |        |
| 1                   | 2     | 3       | 1       | 2      | 3     | 1     | 2       | 3      |
| кр. т.              | всас. | наг.    | наг.    | кр. т. | всас. | всас. | наг.    | кр. т. |
| φ, град             |       |         |         |        |       |       |         |        |
| 0                   | 120   | 240     | 240     | 0      | 120   | 120   | 240     | 0      |
| K, Н                |       |         |         |        |       |       |         |        |
| 450000              | −2503 | −306687 | −306687 | 450000 | −2503 | −2503 | −306687 | 450000 |

Реакции опор направлены противоположно радиальным силам (рис. 3), а их величины определяются по формулам:

$$R_1, R_2 = \frac{K_1}{2},$$

$$R'_2, R_3 = \frac{K_2}{2},$$

$$R'_3, R_4 = \frac{K_3}{2},$$

где  $K_1$ ,  $K_2$ ,  $K_3$  — радиальные силы, направленные по оси кривошипа.

<sup>1</sup>Каталог плунжерных насосов высокого давления производства Weir SPM / ООО «Норд-СПМ» // виерспм.рф : [сайт]. URL: [http://виерспм.рф/catalogues/JI2IK\\_KATALOG\\_NACOCOB.pdf](http://виерспм.рф/catalogues/JI2IK_KATALOG_NACOCOB.pdf) (дата обращения: 14.02.2021).

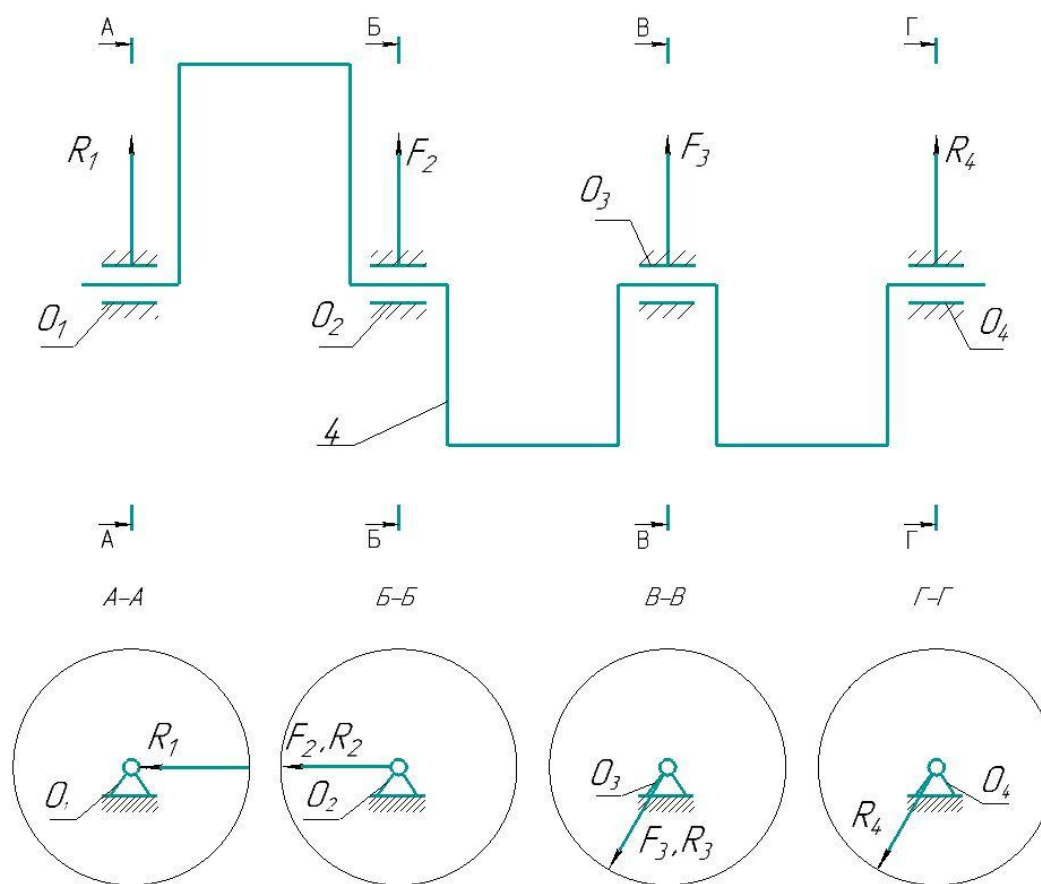


Рис. 3. Схема реакций опор

Направление и величина результирующих сил  $F_2$  и  $F_3$  реакций опор  $O_2, O_3$  определяются графически (рис. 3) по принципу суперпозиции силового воздействия на опоры.

Результирующие силы  $F_2$  и  $F_3$  по величине и направлению совпадают с силами  $R_2$  и  $R'_3$  соответственно.

Найдены численные значения и направления опорных реакций для положения механизма, при котором первый плунжер находился в крайней точке нагнетания (рис. 2 а), второй совершал всасывание (рис. 2 б), а третий — нагнетание (рис. 2 в). Для других положений механизма реакции опор определяются аналогично и будут численно равны, поочередно меняясь местами.

В таблице 2 представлены результаты расчета реакций опор коленчатого вала для положений механизма, в которых каждый из плунжеров поочередно находился в крайней точке нагнетания.

Таблица 2

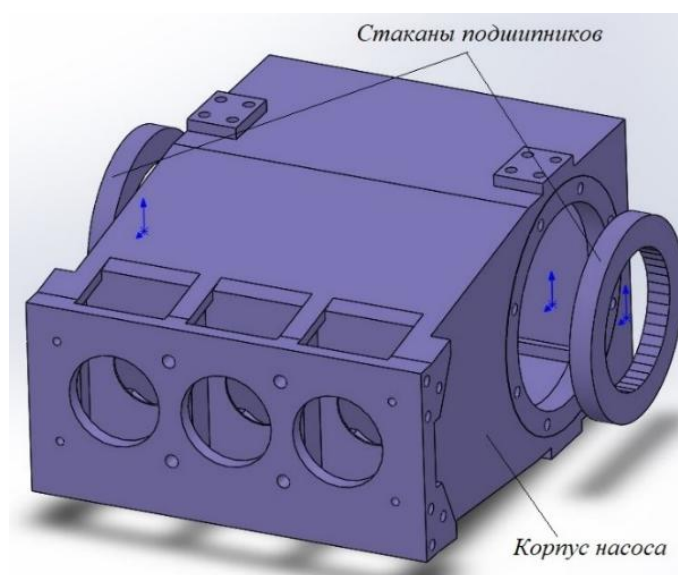
Численные значения реакций опор для всех положений механизма

| Положение механизма | Положение плунжера |        |        | Силы реакций опор |           |           |           |
|---------------------|--------------------|--------|--------|-------------------|-----------|-----------|-----------|
|                     |                    |        |        | $R_1$ , Н         | $F_2$ , Н | $F_3$ , Н | $R_4$ , Н |
| I                   | 1                  | 2      | 3      | 225000            | 225000    | 153343    | 153343    |
|                     | кр. т.             | всас.  | наг.   |                   |           |           |           |
| II                  | 1                  | 2      | 3      | 153343            | 329602    | 225000    | 1251      |
|                     | наг.               | кр. т. | всас.  |                   |           |           |           |
| III                 | 1                  | 2      | 3      | 1251              | 153343    | 329602    | 225000    |
|                     | всас.              | наг.   | кр. т. |                   |           |           |           |

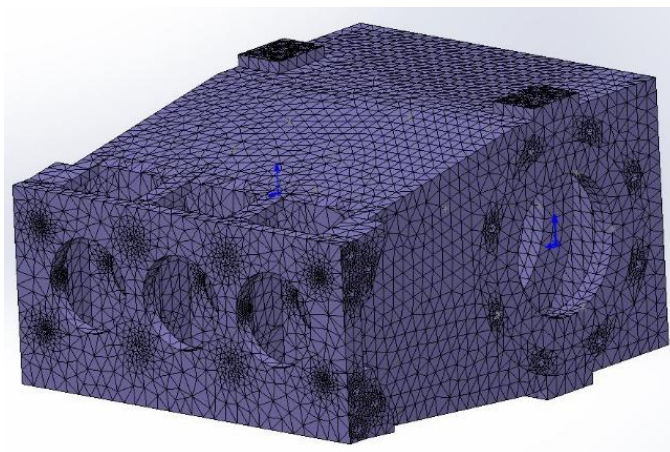
Корпус плунжерного насоса высокого давления моделировался в САПР Autodesk Inventor Professional 2018. Модель включает стаканы подшипников, т. к. наличие стакана существенно влияло на характер приложения нагрузок.

Прочностной анализ выполнен МКЭ в системе автоматизированного проектирования Solid Works Simulation.

На рис. 4 а представлена твердотельная модель рассчитываемой конструкции, на рис. 4 б — конечноэлементная.



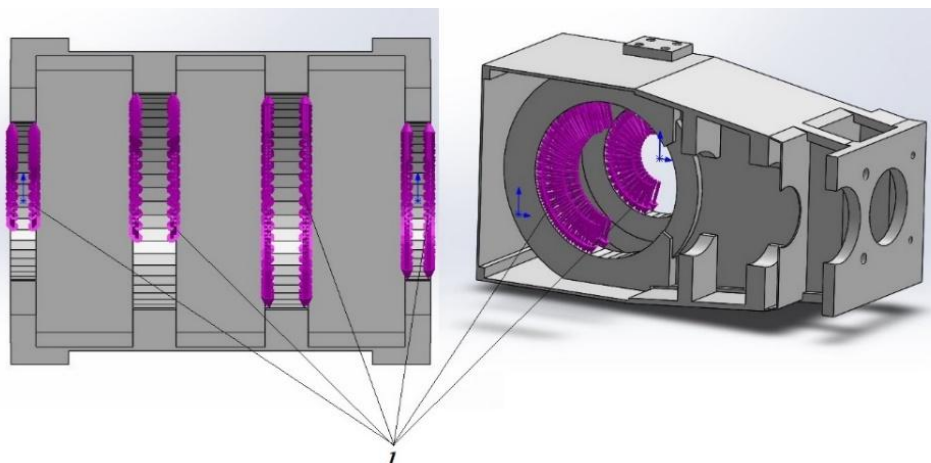
а)



б)

Рис. 4. Модели корпуса трехплунжерного насоса высокого давления TWS 600: твердотельная (а), конечноэлементная (б)

Конечноэлементная модель содержит 100747 элементов (175172 узлов). Материал корпуса — сталь 09Г2С. Модель описывает нагрузки и фиксирует перемещения по всем направлениям поверхностей отверстий под болты. На рис. 5 представлены граничные условия для контактирующих поверхностей. По типу контактов поверхности связаны с общими узлами.





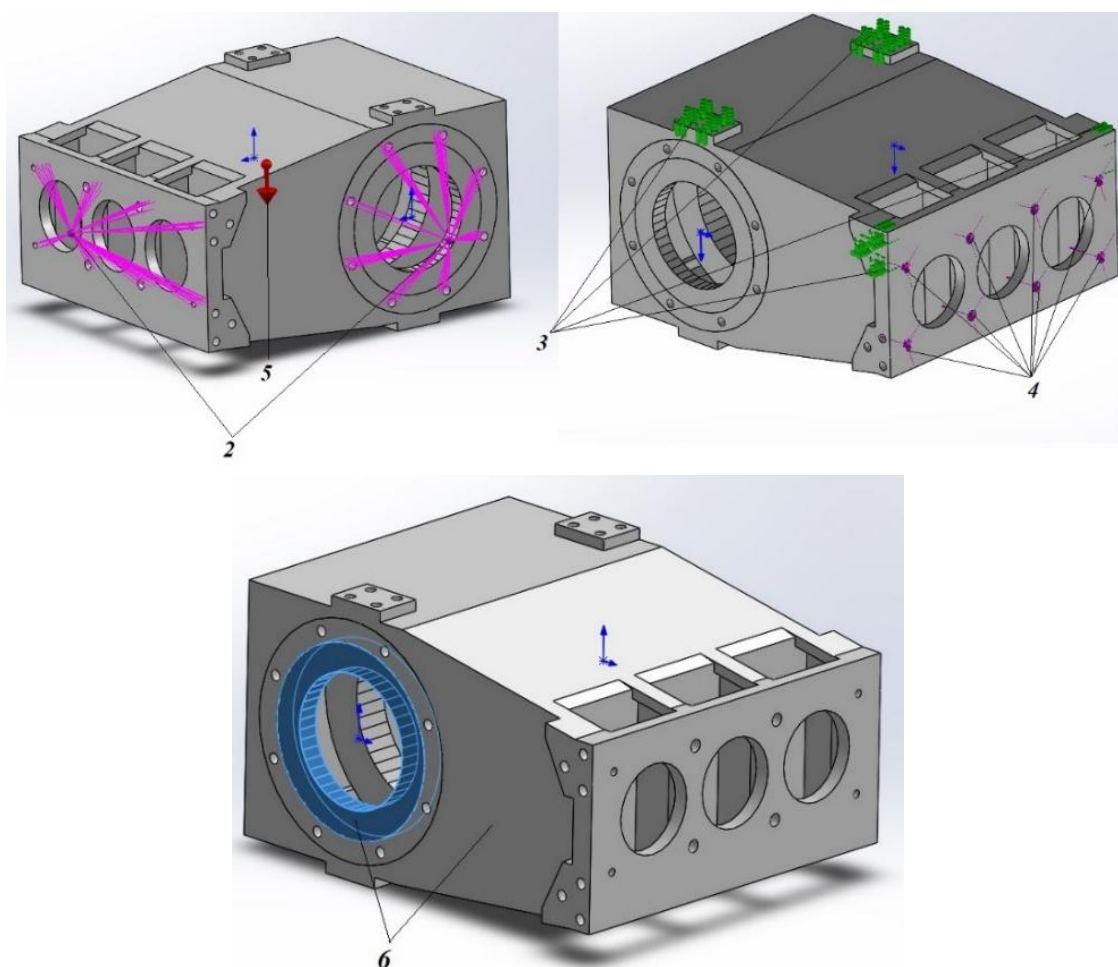
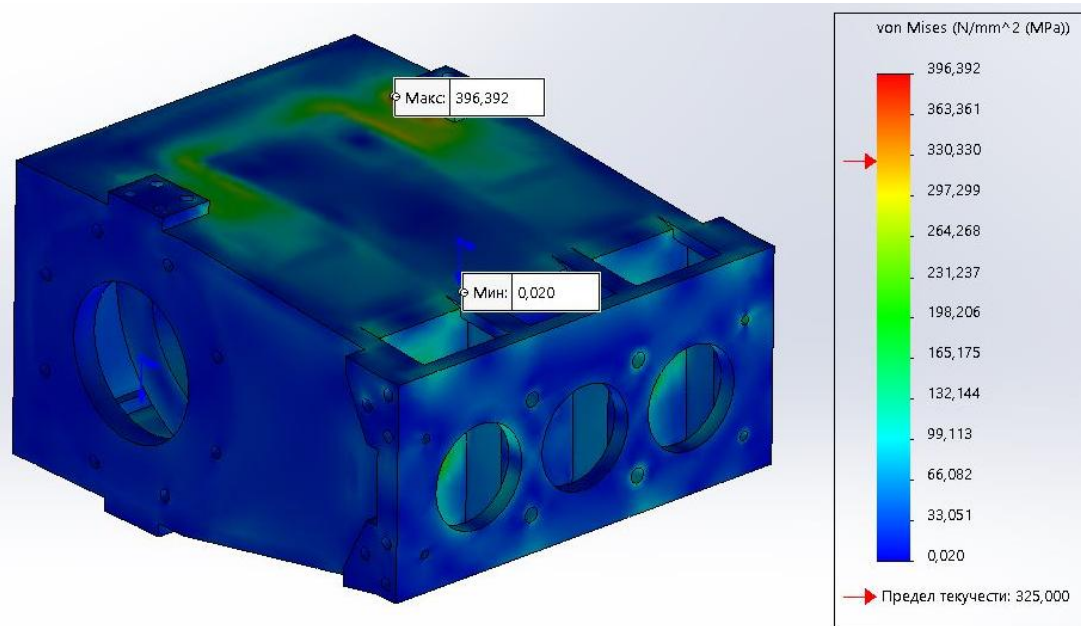


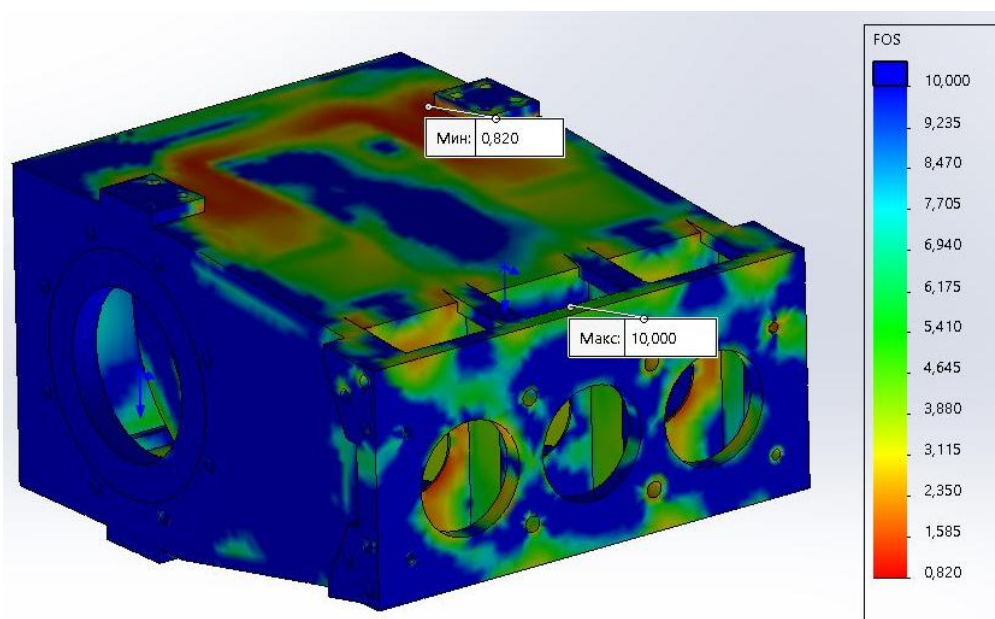
Рис. 5. Граничные условия: 1 — рабочая нагрузка (радиальная сила, распределенная по цилиндрическим поверхностям); 2 — дистанционная нагрузка (масса редуктора и гидроблока); 3 — ограничение — «зафиксирован», нулевые перемещения по всем осям —  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$ ; 4 — рабочая нагрузка (сила давления жидкости во время нагнетания и всасывания); 5 — сила тяжести; 6 — тип контакта — связанные (зазор отсутствует) поверхности с общими узлами

**Результаты исследования.** Эпюры эквивалентных напряжений по Мизесу представлены на рис. 6.



a)





б)

Рис. 6. Эпюры, полученные в результате прочностного анализа корпуса плунжерного насоса типа TWS 600: эпюра эквивалентных напряжений (а), эпюра коэффициента запаса по пределу текучести (б)

Коэффициент запаса по пределу текучести находится из соотношения:

$$K_n = \frac{\sigma_b}{\sigma_{\text{экв}}},$$

где  $\sigma_b$  — предел прочности стали марки 09Г2С,  $\sigma_b = 470$  МПа<sup>1</sup>;  $\sigma_{\text{экв}}$  — максимальное эквивалентное напряжение,  $\sigma_{\text{экв}} = 396,392$  МПа.

$$K_n = \frac{470}{396,392} = 1,18.$$

Как видно, эквивалентные напряжения<sup>2</sup> имеют наибольшую интенсивность в нижней области конструкции корпуса насоса.

Минимальный коэффициент запаса по пределу текучести материала — 0,82 (рис. 6 б).

Прочностной расчет корпуса плунжерного насоса проводился для третьего положения механизма (рис. 2 в). Для других положений механизма (рис. 2 а, б) прочностной расчет выполняется аналогично.

Результаты прочностного расчета корпуса для трех положений механизма представлены в таблице 3.

Таблица 3

Результаты прочностного расчета корпуса плунжерного насоса

| Положение механизма | Положение плунжера |        |        | Эквивалентные напряжения, МПа | Коэффициент запаса по пределу |           |
|---------------------|--------------------|--------|--------|-------------------------------|-------------------------------|-----------|
|                     |                    |        |        |                               | текучести                     | прочности |
| I                   | 1                  | 2      | 3      | 231,772                       | 1,402                         | 2,02      |
|                     | кр. т.             | всас.  | наг.   |                               |                               |           |
| II                  | 1                  | 2      | 3      | 284,783                       | 1,141                         | 1,65      |
|                     | наг.               | кр. т. | всас.  |                               |                               |           |
| III                 | 1                  | 2      | 3      | 396,392                       | 0,820                         | 1,18      |
|                     | всас.              | наг.   | кр. т. |                               |                               |           |

**Обсуждение и заключения.** Описаны реакции в опорах коленчатого вала с учетом сил, формируемых плунжером в зависимости от режима его работы и положения кривошипа. Определены силы, действующие на каждый из плунжеров, и результирующие реакции в каждой из опор.

Для прочностного расчета корпуса плунжерного насоса из стали 09Г2С применен МКЭ в САПР Solid Works Simulation. При оценке прочности корпуса отмечено, что в третьем положении механизма нижняя область конструкции имеет минимальные коэффициенты запаса по пределу текучести и прочности (таблица 3).

<sup>1</sup> Марочник сталей и сплавов / А. С. Зубченко, М. М. Колосков, Ю. В. Каширский [и др.]. М., 2003. 784 с.

<sup>2</sup> Фещенко В. Н. Справочник конструктора. Книга 2. Проектирование машин и их деталей. М., 2017. 400 с.

Указанная область требует усиления, поскольку значения коэффициентов недостаточны для заданных условий эксплуатации. Также в корпусе есть ненагруженные участки, где значения коэффициентов по запасу прочности и текучести в разы превышают рекомендуемые. В дальнейшем следует оптимизировать корпус плунжерного насоса: усилить области конструкции с неудовлетворяющими коэффициентами по запасу прочности и текучести, а в местах, где коэффициенты превышают рекомендуемые значения, применить металл меньшей толщины.

Таким образом, результаты выполненного прочностного расчета могут быть использованы для оптимизации конструкции корпуса насоса при типовых режимах работы.

#### Библиографический список

1. Vlasov, V. S. High pressure pump stations and their application fields / V. S. Vlasov // Russian Journal of Heavy Machinery. — 1998. — No. 7. — P. 53–55.
2. Попов, В. П. Трехплунжерные насосы высокого давления «Траст-Инжиниринг» / В. П. Попов, С. О. Киреев // Топливный рынок. Нефть. Газ. — 2010. — № 21. — С. 6–9.
3. Stepanov, V. Fatigue performance of hydraulic unit of high-pressure plunger pump / V. Stepanov, S. Kireev, M. Korchagina [et al.] // IOP Conference Series: Earth and Environmental Science. — 2019. — Vol. 403. — Art. 012087. — URL: <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1755-1315/403/1/012087> (accessed: 09.02.21). DOI: 10.1088/1755-1315/403/1/012087
4. Veselovskaya, E. V. Perfection of Drinking and Technical Water Supply Systems in the Implementation of the Concept a Heat and Power Complex for Highly Efficient Use of Secondary and Renewable Energy Sources / E. V. Veselovskaya, V. V. Papin, R. V. Bezuglov // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. — 2018. — Vol. 463, iss. 2. — Art. 022011. — URL: <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1757-899X/463/2/022011> (accessed: 09.02.21). DOI: 10.1088/1757-899X/463/2/022011
5. Parshukov, V. I. Energy-Technological Complex, Functioning on The Basis of Waste Processing Technologies / V. I. Parshukov, N. N. Efimov, V. V. Papin [et al.] // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. — 2018. — Vol. 463. — Art. 042029 — URL: <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1757-899X/463/4/042029> (accessed: 09.02.21). DOI: 10.1088/1757-899X/463/4/042029
6. Бабичев, С. Инженерный анализ средствами T-FLEX / С. Бабичев // САПР и графика. — 2016. — № 12 (242). — С. 36–41.
7. Расчет рабочих характеристик узла трения «ползун — направляющие» плунжерного насоса высокого давления / С. О. Киреев, М. В. Корчагина, С. Л. Никищенко, С. С. Троянский // Известия высших учебных заведений. Северо-Кавказский регион. Технические науки. — 2018. — № 3 (199). — С. 101–106. DOI: 10.17213/0321-2653-2018-3-101-106
8. Chakherlou, T. N. An investigation about interference fit effect on improving fatigue life of a holed single plate in joints / T. N. Chakherlou, M. Mirzajanzadeh, B. Abazadeh [et al.] // European Journal of Mechanics. — 2010. — Vol. 29, iss. 4. — P. 675–682. DOI: 10.1016/j.euromechsol.2009.12.009
9. Махутов, Н. А. Деформационные критерии разрушения и расчет элементов конструкций на прочность / Н. А. Махутов. — Москва : Машиностроение, 1981. — 272 с.
10. Киреев, С. О. Анализ условий работы узлов трения скольжения приводной части плунжерных насосов высокого давления сервиса нефтегазовых скважин / С. О. Киреев // Химическое и нефтегазовое машиностроение. — 2016. — № 5. — С. 25–30.
11. Киреев, С. О. Автоматизированное построение диаграмм кинематических параметров шатунно-крейцкопфного механизма / С. О. Киреев, Х. К. Кадеров, В. П. Заикин // Прогрессивные технологии и системы машиностроения. — 2018. — № 3 (62). — С. 41–46.
12. Тимофеев, Г. А. Совместный метод кинематического и силового анализа сложных механических систем / Г. А. Тимофеев, Е. Г. Мор, Н. Н. Барбашов // Известия высших учебных заведений. Машиностроение. — 2015. — № 3 (660). — С. 11–17.
13. Сидоренко, А. С. Математическая модель кинестатического расчета плоских рычажных механизмов / А. С. Сидоренко, А. И. Потапов // Вестник Воронежского государственного университета инженерных технологий. — 2016. — № 1 (67). — С. 70–78.

Сдана в редакцию 24.12.2020

Запланирована в номер 08.02.2021

*Об авторах:*

**Коледа Эдуард Валентинович**, магистрант кафедры «Машины и оборудование нефтегазового комплекса», ФГБОУ ВО «Донской государственный технический университет» (344003, РФ, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1), ORCID: <http://orcid.org/0000-0001-6955-6873>, [koleda.eduard@mail.ru](mailto:koleda.eduard@mail.ru).

**Киреев Сергей Олегович**, заведующий кафедрой «Машины и оборудование нефтегазового комплекса», ФГБОУ ВО «Донской государственный технический университет» (344003, РФ, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1), доктор технических наук, профессор, ORCID: <http://orcid.org/0000-0001-9352-3852>, [kireevso@yandex.ru](mailto:kireevso@yandex.ru).

**Корчагина Марина Валерьевна**, доцент кафедры «Машины и оборудование нефтегазового комплекса», ФГБОУ ВО «Донской государственный технический университет» (344003, РФ, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1), кандидат технических наук, ORCID: <http://orcid.org/0000-0001-7092-7176>, [ms.korchaginamv@mail.ru](mailto:ms.korchaginamv@mail.ru).

**Ефимов Андрей Викторович**, доцент кафедры «Машины и оборудование нефтегазового комплекса», ФГБОУ ВО «Донской государственный технический университет» (344003, РФ, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1), кандидат технических наук, ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-9940-9030>, [spu-58.2@donstu.ru](mailto:spu-58.2@donstu.ru).

**Йорг Шперлинг**, управляющий директор компании, ACT Well Services GmbH (Am Klingbusch 6, Diersdorf, 29413, Germany), [spu-58.2@donstu.ru](mailto:spu-58.2@donstu.ru).

*Заявленный вклад соавторов:*

Э. В. Коледа — проведение расчетов, подготовка текста, формирование выводов. С. О. Киреев — научное руководство, формирование основной концепции, цели и задачи исследования. М. В. Корчагина — анализ результатов исследований, доработка текста, корректировка выводов. А. В. Ефимов — руководство построением моделей, контроль проведения численных исследований. Й. Шперлинг — постановка задачи исследования, консультации.

*Все авторы прочитали и одобрили окончательный вариант рукописи.*

# МАШИНОСТРОЕНИЕ И МАШИНОВЕДЕНИЕ

## MACHINE BUILDING AND MACHINE SCIENCE



УДК 621.855

<https://doi.org/10.23947/2687-1653-2021-21-1-82-88>

### Силовой расчет цепной передачи с зубчатой цепью и эвольвентными звездочками



С. Б. Бережной, Г. В. Курапов

ФГБОУ ВО «Кубанский государственный технологический университет» (г. Краснодар, Российская Федерация)

**Введение.** В силовом анализе цепной передачи с зубчатой цепью и эвольвентными звездочками учтены центробежные силы и коэффициенты трения между пластиной и зубом звездочки. Цели работы — определение всех сил, действующих в зацеплении, и расчет коэффициента сцепления зубчатой цепи с эвольвентной звездочкой в приводных передачах.

**Материалы и методы.** При оценке тяговой способности цепной передачи важны такие параметры, как силовой расчет и коэффициент сцепления зубчатой цепи со звездочкой (показывает, во сколько раз давление на данный зуб больше давления, воспринимаемого впереди идущим зубом). В представленной работе визуализированы схемы: расположения пластин в зацеплении с зубьями эвольвентной звездочки и сил, действующих в таком зацеплении. Рассмотрены факторы, которые действуют на эвольвентный профиль зуба звездочки. Это вес пакета пластин цепи и силы: центробежная, трения, нормального давления и растяжения. При этом учтены изменения коэффициента сцепления на последующие зубья, участвующие в тяге. Исследовано равновесие звеньев  $i$  и  $i + 1$  зубчатой цепи в системе координат  $XOY$  с центром на оси вращения эвольвентной звездочки. Метод позволяет определить все искомые силы геометрическим расчетом значений угловых параметров передачи. С помощью полученных уравнений уточняются: коэффициент сцепления  $B_i$ , натяжение ведущей ветви передачи  $S_1$  и ведомой  $S_2$ .

**Результаты исследования.** Представлен патентованный стенд передачи с зубчатой цепью и эвольвентными звездочками. Проведенные на нем испытания подтвердили итоги исследований цепной передачи с зубчатой цепью и эвольвентными звездочками с заданными параметрами. Была доказана правильность силового анализа передачи с учетом центробежных сил и коэффициентов трения пластин и зубьев звездочки.

**Обсуждение и заключения.** Отмечено, что центробежные силы и коэффициенты трения при зацеплении существенно влияют на тяговую способность передачи с зубчатой цепью и эвольвентными звездочками. Полученные данные могут быть использованы для точной оценки тяговой способности таких передач.

**Ключевые слова:** цепная передача, зубчатая цепь, эвольвентная звездочка, пластина цепи, тяговая способность, коэффициенты сцепления, центробежные силы, силы трения, коэффициенты трения, угловая скорость шарнира, ведущая ветвь, ведомая ветвь.

**Для цитирования:** Бережной, С. Б. Силовой расчет цепной передачи с зубчатой цепью и эвольвентными звездочками / С. Б. Бережной, Г. В. Курапов // Advanced Engineering Research. — 2021. — Т. 21, № 1. — С. 82–88. <https://doi.org/10.23947/2687-1653-2021-21-1-82-88>

© Бережной С. Б., Курапов Г. В., 2021



### Power analysis of chain transmission with gear chain and involute sprockets

S. B. Berezhnoy, G. V. Kurapov

Kuban State Technological University (Krasnodar, Russian Federation)

**Introduction.** The power analysis of a chain transmission with a toothed chain and involute sprockets considers the centrifugal forces and the friction coefficients between the plate and the sprocket tooth. The work objectives are to determine all meshing forces, and to calculate the coupling coefficient of the gear chain with the involute sprocket in the drive gears.

*Materials and Methods.* When evaluating the traction capacity of a chain transmission, such parameters as the power analysis and the coupling coefficient of the gear chain with the sprocket are important (it shows what fold the pressure on a given tooth is greater than the pressure perceived by the tooth in front). In the presented paper, the following diagrams are visualized: the arrangement of the plates in gearing with the involute sprocket teeth and the meshing forces. The factors that affect the involute profile of the sprocket tooth are considered. This includes the weight of the chain plate package and the force: centrifugal, friction, normal pressure and tension. At the same time, changes in the coupling coefficient for the subsequent teeth involved in traction are taken into account. The balance of the links  $i$  and  $i + 1$  of the gear chain is studied in the coordinate system  $XOY$  with the center on the axis of rotation of the involute sprocket. The method enables to determine all the desired forces through the geometric calculation of the values of the angular transmission parameters. Using the equations obtained, the following parameters are specified: the coupling coefficient  $B_i$ , the tension of the driving branch  $S_1$  and the slack branch  $S_2$ .

*Results.* A patented transmission stand with a gear chain and involute sprockets is presented. The tests carried out on it validated the study results of a chain transmission with a toothed gear and involute sprockets with the specified parameters. The correctness of the power analysis of the transmission with account for the centrifugal forces and the friction coefficients of the plates and the sprocket teeth was proved.

*Discussion and Conclusions.* It is noted that the centrifugal forces and the friction coefficients during engagement affect significantly the traction capacity of a transmission with a toothed chain and involute sprockets. The data obtained can be used to accurately estimate the traction capacity of such gears.

**Keywords:** chain transmission, toothed chain, involute sprocket, chain plate, traction capacity, coupling coefficients, centrifugal forces, friction forces, friction coefficients, joint angular velocity, driving side, slack side.

**For citation:** S. B. Berezhnoy, G. V. Kurapov. Power analysis of chain transmission with gear chain and involute sprockets. *Advanced Engineering Research*, 2021, vol. 21, no. 1, p. 82–88. <https://doi.org/10.23947/2687-1653-2021-21-1-82-88>

**Введение.** Цепные передачи с зубчатой цепью недостаточно исследованы. Их выпуск ограничен, однако они все шире используются в производстве. Например, такими передачами комплектуют приводные механизмы в машинах, в прецизионных станках и другой технике. В представленной работе исследуется силовой анализ и расчет тяговой способности передач с зубчатой цепью и эвольвентными звездочками.

Тяговая способность определяет работоспособность эвольвентной зубчатой цепной передачи, которая зависит от ряда факторов<sup>1</sup>. В их числе:

- геометрия передачи,
- предельное контактное напряжение наиболее слабого элемента пары «пластина цепи — зуб звездочки»,
- коэффициент сцепления зубчатой цепи с зубьями звездочки,
- наличие пробуксовки зубчатой цепи по зубьям звездочки,
- допустимое удельное давление внутри шарнира,
- ударная стойкость элементов зубчатой цепи<sup>2</sup> [1–3].

**Материалы и методы.** Коэффициент сцепления — это один из основных факторов тяговой способности цепной передачи, оснащенной зубчатой цепью. Во время работы такой передачи возникает зацепление и действуют силы, которые перемещают пластины цепи по рабочему и затылочному профилям зубьев звездочки [4–7]. На дуге обхвата эвольвентной звездочки зубчатой цепью любые ее звенья (звено  $i$ ,  $i + 1$ ,  $i + 2$  и т. д.) испытывают:

- силу трения  $N_i f$  цепи о зуб звездочки,
- растягивающую силу  $Q_i$  соседних звеньев,
- силу нормального давления  $N_i$  профиля зуба звездочки (рис. 1).

<sup>1</sup> Курапов Г. В. Исследование работоспособности цепной передачи с зубчатой цепью и эвольвентными звездочками : дис. канд. тех. наук. Краснодар, 2019. 173 с.

<sup>2</sup> Семенов В. С. Обеспечение работоспособности роликовых цепных передач на стадии их эксплуатации // Сб. мат.-лов всерос. науч.-практ. конф. аспирантов, докторантов и молодых ученых. Майкоп, 2017. С. 121–125.

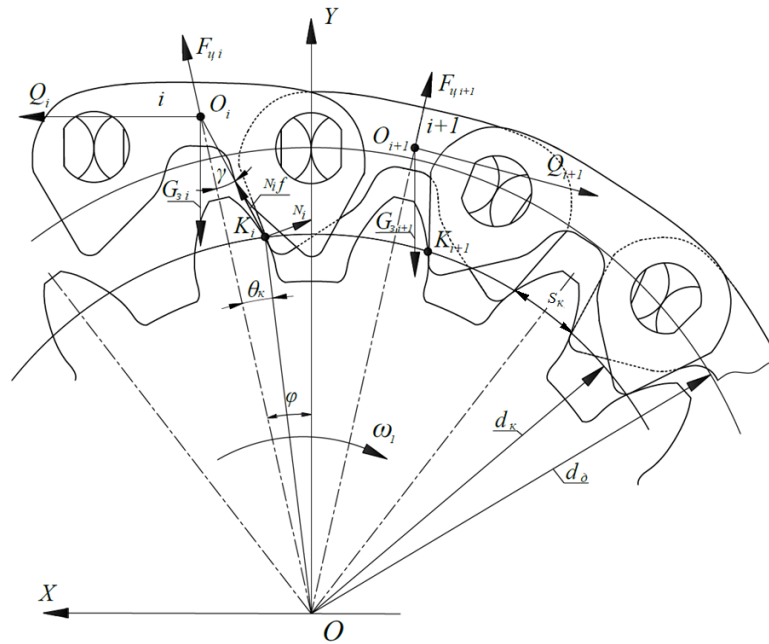


Рис. 1. Схема расположения пластин в зацеплении с зубьями эвольвентной звездочки

В литературе коэффициент сцепления рассчитывается отношением растягивающих сил  $Q_i$  и  $Q_{i+1}$  в смежных звеньях цепи:

$$B_i = \frac{Q_i}{Q_{i+1}}. \quad (1)$$

Данный коэффициент непостоянен, поэтому пластины зубчатой цепи перемещаются по профилям зубьев звездочек на всей дуге обхвата. На рис. 2 представлено зацепление первого пакета пластин (звена) цепи с зубом звездочки.

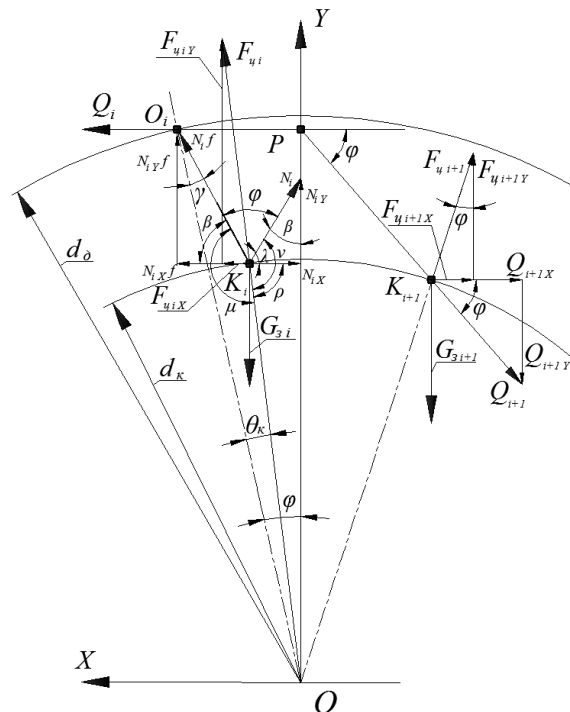


Рис. 2. Схема сил, действующих в зацеплении пластины зубчатой цепи со звездочкой

На эвольвентный профиль зуба звездочки действуют перечисленные ниже факторы [8–14].

1. Сила трения  $N_i f$ , препятствующая перемещению пакета пластин к вершине зуба звездочки. Здесь  $f$  — коэффициент трения.

2. Вес пакета пластин цепи  $G_y = m_i g$ . Здесь  $g$  — ускорение свободного падения,  $m_i$  — масса звена цепи



в зависимости от шага<sup>1</sup>.

3. Сила нормального давления  $N_i$  профиля зуба звездочки, сосредоточенная в месте зацепления  $K_i$ .

4. Растягивающие силы  $Q_i$  и  $Q_{i+1}$  смежных звеньев зубчатой цепи.

5. Центробежная сила, учитывающая массу звена зубчатой цепи  $F_{\omega} = \frac{m_i \omega^2}{R}$ . Здесь  $\omega$  — угловая скорость вращения звездочки.  $R$  — радиус центральной части звена (представлена как окружность, меняющая положение при вращении звездочки) на эвольвентном профиле зуба звездочки.

Однако при переходе цепи с ведущей на ведомую ветвь растягивающие силы  $Q_i$  и  $Q_{i+1}$  изменятся на величину каждого значения коэффициента сцепления  $B_i$ , поэтому его нужно определить точнее.

Построим систему координат  $XOY$ . Она проходит через центр оси вращения эвольвентной звездочки. Вектор оси  $X$  совпадает с вектором линейной скорости зубчатой цепи в передаче.

Проанализируем равновесие первого звена  $i$  и второго  $i + 1$ .

Равновесие сил на оси  $X$  ( $\sum X = 0$ ) будет равно:

$$-Q_i + N_{iX} - N_{i+1X}f - F_{\omega iX} + F_{\omega i+1X} + Q_{i+1X} = 0. \quad (2)$$

Равновесие сил на оси  $Y$  ( $\sum Y = 0$ ) будет равно:

$$G_{zi} + G_{zi+1} - F_{\omega iY} - N_{iY} - N_{i+1Y}f + Q_{i+1Y} - F_{\omega i+1Y} = 0. \quad (3)$$

При  $\sum X = 0$  и  $\sum Y = 0$  пластины зубчатой цепи будут неподвижны. Если же  $\sum X = 0$  и  $\sum Y \neq 0$ , то пластины будут двигаться по профилю зуба.

Определим силы, действующие на звенья цепи. На рис. 2 обозначены:  $P$  — центр масс звена зубчатой цепи;  $d_k$  — диаметр окружности места контакта  $K$  пакета пластин с профилем зуба звездочки,  $d_k = \frac{d_b}{\cos \theta}$ ;  $d_o$  —

диаметр делительной окружности звездочки,  $d_o = \frac{t}{\sin \frac{180}{z}}$ .

Ниже перечислены силы, действующие вдоль осей координат.

Вдоль оси  $X$ :

$$N_{iX} = N_i \cdot \sin \beta,$$

$$N_{i+1X}f = N_{i+1}f \cdot \cos \beta,$$

$$F_{\omega iX} = F_{\omega i} \cdot \sin \varphi,$$

$$F_{\omega i+1X} = F_{\omega i+1} \cdot \sin \varphi,$$

$$Q_{i+1X} = Q_{i+1} \cdot \cos \varphi,$$

Вдоль оси  $Y$ :

$$N_{iY} = N_i \cdot \cos \beta,$$

$$N_{i+1Y}f = N_{i+1}f \cdot \sin \beta,$$

$$F_{\omega iY} = F_{\omega i} \cdot \cos \varphi,$$

$$F_{\omega i+1Y} = F_{\omega i+1} \cdot \cos \varphi,$$

$$Q_{i+1Y} = Q_{i+1} \cdot \sin \varphi.$$

Здесь  $\beta$  — угол профиля зуба эвольвентной звездочки;  $\varphi = \frac{\pi}{z}$  — половина углового шага зубьев эвольвентной звездочки.

Значения угловых параметров:

$$\lambda = \varphi + \gamma, \quad (4)$$

$$\mu = \pi - \gamma - \theta_k, \quad (5)$$

$$\nu = \frac{\pi}{2} + \gamma + \theta_k, \quad (6)$$

$$\rho = \frac{\pi}{2} - \varphi + \theta_k, \quad (7)$$

$$\beta = \frac{\pi}{2} - \varphi - \gamma. \quad (8)$$

Здесь  $\gamma$  — половина угла заострения зуба эвольвентной звездочки.

$$\gamma = \alpha_k - \theta_k. \quad (9)$$

$$\alpha_k = \arccos \frac{d_b}{d_k}. \quad (10)$$

$\theta_k$  — угол между осью  $OO_{i+1}$  зуба и линией, соединяющей точку  $K_1$  с центром  $O$  звездочки (рис. 2).

<sup>1</sup> ГОСТ 13552–81. Государственный стандарт союза ССР. Цепи приводные зубчатые. Технические условия / Государственный комитет СССР по стандартам. — М.: Изд-во стандартов, 1987. 12 с.

$$\theta_k = \frac{S_k}{d_k}. \quad (11)$$

$S_k$  — толщина зуба эвольвентной звездочки на месте контакта  $K$  с зубчатой цепью (рис. 1).  $d_b = mzc\cos\alpha$  — диаметр основной окружности эвольвентной звездочки, где  $m$  — модуль звездочки для передач с зубчатой цепью,  $z$  — количество зубьев звездочки.

Подставив все значения, входящие в уравнения (2) и (3), получим:

$$2G_j - F_{q_i} \cdot \cos\varphi - N_i f \cdot \sin\beta - N_i \cdot \cos\beta + Q_{i+1} \cdot \sin\varphi - F_{q_{i+1}} \cdot \cos\varphi = 0, \quad (12)$$

$$Q_{i+1} = \frac{(F_{q_i} \cdot \cos\varphi + N_i \cdot \cos\beta + N_i f \cdot \sin\beta + F_{q_{i+1}} \cdot \cos\varphi - 2G_j)}{\sin\varphi}, \quad (13)$$

$$Q_i = N_i \cdot \cos\beta - N_i f \cdot \cos\beta - F_{q_i} \cdot \sin\varphi + F_{q_{i+1}} \cdot \sin\varphi + Q_{i+1} \cdot \cos\varphi = 0. \quad (14)$$

Преобразуя уравнения (13) и (14), получим коэффициент сцепления  $B_i$  зубчатой цепи с заданным зубом эвольвентной звездочки:

$$B_i = \frac{Q_i}{Q_{i+1}} = \sin\varphi \left( \frac{N_i \cdot \cos\beta - N_i f \cdot \cos\beta - F_{q_i} \cdot \sin\varphi + F_{q_{i+1}} \cdot \sin\varphi + Q_{i+1} \cdot \cos\varphi}{F_{q_i} \cdot \cos\varphi + N_i \cdot \cos\beta + N_i f \cdot \sin\beta + F_{q_{i+1}} \cdot \cos\varphi - 2G_j} \right). \quad (15)$$

Если известна величина натяжения ведущей ветви цепной передачи  $S_1$ , то натяжение ведомой ветви  $S_2$  определяется с учетом общего коэффициента сцепления цепи с зубом звездочки:

$$B_z = \frac{S_1}{S_2}, \quad (16)$$

$$S_2 = \frac{S_1}{B_z}, \quad (17)$$

$$B_z = B_0 \cdot B_1 \cdot B_2 \dots B_n. \quad (18)$$

Здесь  $B_z$  — общий коэффициент сцепления цепи со звездочкой;  $n$  — количество зубьев ведущей эвольвентной звездочки.

**Результаты исследования.** Для проверки расчетов был спроектирован и изготовлен стенд<sup>1</sup>, защищенный патентом Российской Федерации (рис. 3). Проведены стендовые испытания исследуемой цепной передачи. Параметры:

- 1) мощность электродвигателя  $N_{эл} = 12$  кВт,
- 2) шаг зубчатой цепи  $t_q = 19,05$  мм,
- 3) количество зубьев ведущей и ведомой звездочки  $z_1 = z_2 = 23$ ,
- 4) частота вращения ведущей и ведомой звездочки  $n_1 = n_2 = 1000$  об/мин.

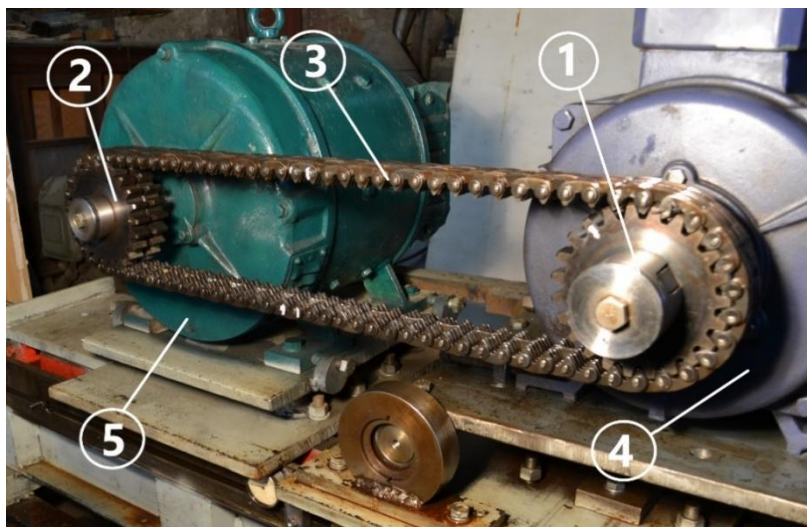


Рис. 3. Испытательный стенд передачи с зубчатой цепью и эвольвентными звездочками: 1 — ведущая звездочка, 2 — ведомая звездочка, 3 — зубчатая цепь, 4 — электродвигатель, 5 — генератор

<sup>1</sup> Стенд для испытания цепных передач : патент 147242 Рос. Федерация : G01M 13/02 / С. Б. Бережной [и др.]. № 2014134006/28 ; заявл. 19.08.14 ; опубл. 27.10.14, Бюл. № 30. 3 с.

Для стендовых испытаний проводились вычисления с учетом справочных данных<sup>1, 2, 3, 4</sup>. Результаты представлены в таблице 1.

Таблица 1

Полученные данные для определения тяговой способности цепной передачи с зубчатой цепью

| Параметр   | Обозначение и размерность | Численное значение |
|--|---------------------------|--------------------|
| Натяжение рабочей ветви передачи                                   | $S_1$ , Н                 | 4662               |
| Натяжение холостой ветви передачи                                  | $S_2$ , Н                 | 270                |
| Общий коэффициент сцепления цепи с ведущей эвольвентной звездочкой | $B_1$                     | 17,2               |
| Центробежная сила цепи   | $F_{ц}$ , Н               | 29,82              |

Предложенный подход к определению коэффициента сцепления подтвердил верность силового расчета с учетом центробежных сил и коэффициентов трения пакета пластин и зуба звездочки.

**Обсуждение и заключения.** В данной работе определены все силы, действующие в зацеплении пакета пластин цепи и зуба звездочки. Представлен порядок силового расчета передачи с зубчатой цепью. Получены зависимости для определения влияния центробежных сил и коэффициентов трения на конечный расчет коэффициента сцепления. Для подтверждения теории цепная передача исследована на испытательном стенде.

Итак, центробежные силы и коэффициенты трения при зацеплении существенно влияют на тяговую способность передачи с зубчатой цепью и эвольвентными звездочками.

#### Библиографический список

- Семенов, В. С. Формы расположения шарниров цепи и тяговая способность цепной передачи / В. С. Семенов, Н. Н. Саенко // Известия высших учебных заведений. Северо-Кавказский регион (Технические науки). — 2003. — № 5. — С. 106–108.
- Семенов, В. С. Соотношение усилий в цепном зацеплении / В. С. Семенов, Н. Н. Саенко // Известия высших учебных заведений. Северо-Кавказский регион (Технические науки). — 2003. — № 5. — С. 108–111.
- Метильков, С. А. Оценка работоспособного состояния цепных передач / С. А. Метильков, И. С. Бачалов // Новые материалы и технологии в машиностроении. — 2009. — № 10. — С. 59–62.
- Бережной, С. Б. Определение радиусов расположения центров шарниров зубчатой цепи на дугах обхвата эвольвентных звездочек / С. Б. Бережной, А. А. Война, Г. В. Курапов // Вестник Донского государственного технического университета. — 2014. — Т. 14, № 1 (76). — С. 86–92. DOI: <https://doi.org/10.12737/3507>.
- Остапенко, О. И. Кинематическая долговечность цепной передачи с зубчатой цепью и эвольвентной звездочкой / О. И. Остапенко, А. А. Война, Р. Л. Личман // Вестник Донского государственного технического университета. — 2009. — Т. 9, № 4 (43). — С. 653–658.
- Бережной, С. Б. Анализ ударной стойкости цепи в зависимости от профиля зуба звездочки / С. Б. Бережной, А. А. Война, Г. В. Курапов // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета : [сайт]. — 2015. — № 03 (107). — С. 1522–1532. — URL: <http://ej.kubagro.ru/2015/03/pdf/98.pdf> (дата обращения : 27.01.2021)
- Семенов, В. С. Натяжение ветвей контура цепной передачи и коэффициент сцепления звездочки / В. С. Семенов, С. А. Музалев // Новые технологии. — 2006. — № 2. — С. 79–82.
- Метильков, С. А. Прогнозирование нагрузочной способности цепных передач при периодическом смазывании / С. А. Метильков // Вестник машиностроения. — 2002. — № 10. — С. 9–12.
- Крытый, П. Д. Методы определения несущей способности приводных роликовых и тяговых пластинчатых цепей / П. Д. Крытый, О. Л. Ляшук // Технологічні комплекси. — 2013. — № 2 (8). — С. 39–51.
- Рябов, Г. К. Распределение нагрузки по зубьям звездочек цепных передач / Г. К. Рябов // Известия вузов. Машиностроение. — 1983. — № 3. — С. 22–27.
- Бережной, С. Б. Особенности расчета и проектирования зубчатых цепных передач / С. Б. Бережной, А. А. Война, Г. В. Курапов // Наука. Техника. Технологии. — 2014. — № 3. — С. 68–75.
- Szezepinski, W. Limit analysis and plastic design of complex shape / W. Szezepinski // Progress in Aerospace Sciences. — 1972. — Vol. 12. — P. 1–47.

<sup>1</sup> Проектирование механических передач: учеб.-справ. пособ. для ВТУЗов / С. А. Чернавский [и др.]. М.: Альянс, 2008. 590 с.

<sup>2</sup> Курсовое проектирование деталей машин на базе графических систем: учеб. пособ. / П. Н. Учайев [и др.]. Краснодар : Изд-во ТНТ, 2013. 428 с.

<sup>3</sup> Готовцев А. А., Котенок И. П. Проектирование цепных передач. Справочник. М.: Машиностроение, 1982. 336 с.

<sup>4</sup> Фещенко В. Н. Справочник конструктора. Книга 1. Машины и механизмы. : Инфра-Инженерия, 2016. 400 с.

13. Rachner, H. G. Stahlgelenkketten und Kettentriebe / H. G. Rachner. — Berlin : Springer, 1962. — 220 p.
14. Kuntzmann, P. Les transmission par chaîne à rouleaux / P. Kuntzmann. — Paris : Dunod, 1961. — 220 p.

Сдана в редакцию 12.01.2021

Запланирована в номер 25.01.2021

*Об авторах:*

**Бережной Сергей Борисович**, профессор кафедры «Наземный транспорт и механика» ФГБОУ ВО «Кубанский государственный технологический университет» (350072, РФ, г. Краснодар, ул. Московская, 2), академик инженерной академии РФ, доктор технических наук, профессор, ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-5013-7345>, Scopus ID: [25227504200](https://orcid.org/0000-0001-5013-7345), [berezhnoy@kubstu.ru](mailto:berezhnoy@kubstu.ru).

**Курапов Георгий Владимирович**, доцент кафедры «Наземный транспорт и механика» ФГБОУ ВО «Кубанский государственный технологический университет» (350072, РФ, г. Краснодар, ул. Московская, 2), кандидат технических наук, ResearcherID: [AAO-8482-2020](https://orcid.org/0000-0001-8101-265X), ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-8101-265X>, Scopus ID: [57219551108](https://orcid.org/0000-0001-8101-265X), [kurapov\\_georgii@mail.ru](mailto:kurapov_georgii@mail.ru).

*Заявленный вклад соавторов:*

С. Б. Бережной — научное руководство, анализ результатов исследования силового расчета передачи с учетом новых переменных, формулирование выводов. Г. В. Курапов — выполнение расчетов по предложенной методике, проведение экспериментов на испытательном стенде, обработка результатов, создание итоговой версии текста.

*Все авторы прочитали и одобрили окончательный вариант рукописи.*

# МАШИНОСТРОЕНИЕ И МАШИНОВЕДЕНИЕ

## MACHINE BUILDING AND MACHINE SCIENCE



УДК 621.791.793:669.15–194.2:539.4

<https://doi.org/10.23947/2687-1653-2021-21-1-89-95>

### О выявлении трещиноподобных дефектов сварки существующими методами контроля качества

В. А. Передельский<sup>1</sup>, В. Я. Харченко<sup>1</sup>, А. Л. Черногоров<sup>1</sup>, С. В. Тихонов<sup>2</sup>

<sup>1</sup> ФГБОУ ВО «Донской государственный технический университет» (г. Ростов-на-Дону, Российская Федерация)

<sup>2</sup> ООО «Государственный аттестационный центр Московский регион Национального агентства качества сварки» (г. Москва, Российская Федерация)



**Введение.** Обобщены материалы исследований, посвященных обеспечению работоспособности сварных конструкций опасных технических устройств — элементов нефтегазодобывающего оборудования. Систематизированы и представлены в виде схемы факторы, определяющие эксплуатационную прочность сварных соединений и конструкций. Описаны причины снижения их эксплуатационных свойств. Определена роль в обеспечении жизненного цикла конструкции объемных и трещиноподобных дефектов сварки, не обнаруженных при контроле качества на стадии изготовления и при определении остаточного ресурса в процессе эксплуатации. Предложены меры по улучшению практики выявления трещиноподобных дефектов при визуальном-измерительном и ультразвуковом методах контроля качества сварных соединений.

**Материалы и методы.** В соответствии со СНиП 2.05.06–85 конструкции магистральных нефтегазопроводов, вертикальных цилиндрических резервуаров и другого нефтегазодобывающего оборудования (НГДО) изготавливают из спокойных и полуспокойных низкоуглеродистых и низколегированных сталей с временным сопротивлением до 686,5 МПа. Независимо от класса и уровня прочности стали должны хорошо свариваться всеми способами, предписанными нормативно-техническими документами (НТД). При этом независимо от состояния поставки эквивалент углерода  $S_{экв}$  не должен превышать 0,46 %. Методы исследований — расчетно-экспериментальные. Для вычисления напряженно-деформированного состояния сварных соединений применялись методы:

— конечных элементов (МКЭ),

— механики разрушений с использованием коэффициента интенсивности напряжений  $K_I$ .

При оценке геометрических размеров трещиноподобных дефектов сварки задействованы методы математической статистики. Дефекты сварки выявлялись стандартными методами контроля качества, предписанными НТД и ГОСТами.

**Результаты исследования.** Рассмотрены сварные конструкции, работающие в режиме усталости. Проанализированы некоторые характерные для сварных соединений факторы. Показано, как они влияют на формирование прочностных эксплуатационных свойств. Установлена роль опасных трещиноподобных дефектов, которые с высокой вероятностью могут образовываться в сварных соединениях при изготовлении конструкций и при эксплуатации. Часто причиной является снижение показателей механических свойств из-за старения и потери пластичности вследствие случайных механических воздействий. Отмечено, что невозможно выявлять эти дефекты существующими методами контроля качества, как в процессе контроля при производстве, так и при диагностировании в процессе эксплуатации. Это снижает точность прогнозирования эксплуатационного ресурса работы сварной конструкции.

**Обсуждение и заключение.** Предложено внести в НТД требования:

— к качеству сварных соединений опасных технических устройств НГДО,

— по выявлению острых трещиноподобных дефектов с радиусом кривизны в пределах 0,1–0,25 мм.

Однако достоверность выявления таких дефектов применяемыми методами контроля остается низкой из-за человеческого фактора. Для повышения достоверности выявления острых трещиноподобных дефектов определены направления совершенствования ультразвукового контроля качества сварных соединений.

**Ключевые слова:** сварка, сварные швы, конструкционная прочность, дефекты сварки, неразрушающий контроль, визуально-измерительный контроль, ультразвуковой контроль, достоверность.

**Для цитирования:** О выявлении трещиноподобных дефектов сварки существующими методами контроля качества / В. А. Передельский, В. Я. Харченко, А. Л. Черногоров, С. В. Тихонов // Advanced Engineering Research. — 2021. — Т. 21, № 1. — С. 89–95. <https://doi.org/10.23947/2687-1653-2021-21-1-89-95>

© Передельский В. А., Харченко В. Я., Черногоров А. Л., Тихонов С. В., 2021





## On detection of crack-like welding defects by existing quality control methods

V. A. Peredelsky<sup>1</sup>, V. Y. Harchenko<sup>1</sup>, A. L. Chernogorov<sup>1</sup>, S. V. Tihinov<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Don State Technical University (Rostov-on-Don, Russian Federation)

<sup>2</sup>“GAC MR NAKS” LLC (Moscow, Russian Federation)

**Introduction.** The research materials devoted to the operability assurance of welded structures of hazardous technical devices — components of oil and gas production equipment are summarized. The factors determining the operational strength of welded joints and structures are systematized and diagrammed. The causes for the decrease in their service properties are described. We have defined the role of volumetric and crack-like welding defects, which were not detected during quality control at the manufacturing stage and in determining the residual life while in operation, in ensuring the life cycle of the structure. Measures to improve the practice of detecting crack-like defects under visual- and-dimensional and ultrasonic methods of quality control of welded joints are proposed.

**Materials and Methods.** In accordance with SNiP 2.05.06–85, the structures of main oil and gas pipelines, vertical cylindrical tanks, and other oil and gas production equipment (OGPE) are made of dead-killed and semikilled low-carbon and low-alloy steels with tensile strength of up to 686.5 MPa. Regardless of the class and strength level of steel, it should be well welded by all methods prescribed by standard process documentation (SPD). At the same time, regardless of the state of supply, the carbon equivalent  $C_{\text{ЭКВ}}$  should not exceed 0.46 %. The research methods are calculation-experimental ones. To calculate the stress-strain state of welded joints, the following methods were used:

— finite elements (FEM),

— fracture mechanics using the stress intensity coefficient  $K_I$ .

Methods of mathematical statistics were used to estimate the geometric dimensions of crack-like welding defects. Welding defects were detected by standard quality control methods prescribed by the SPD and GOST standards.

**Results.** Welded structures operating in the fatigue mode are considered. Some factors characteristic of welded joints are analyzed. It is shown how they affect the formation of strength performance properties. The role of dangerous crack-like defects, which with high probability can be formed in welded joints in the manufacture of structures and during operation, is established. Often, the reason is a decrease in mechanical properties due to aging and loss of plasticity caused by accidental mechanical actions. Note that it is impossible to identify these defects by existing quality control methods, both during the control process under production and during diagnostics while in operation. This reduces the accuracy of predicting the operational life of the welded structure.

**Discussion and Conclusion.** It is proposed to include the following requirements in the SPD:

— to the quality of welded joints of hazardous technical devices of OGPE,

— to detection of sharp crack-like defects with a radius of curvature in the range of 0.1–0.25 mm.

However, the reliability of detection of such defects by the control methods used remains low due to the human factor. To increase the reliability of detection of sharp crack-like defects, the directions of improvement of ultrasonic quality control of welded joints are determined.

**Keywords:** welding, welds, structural strength, welding defects, non-destructive testing, visual and dimensional control, ultrasonic testing, validity.

**For citation:** V. A. Peredelsky, V. Y. Harchenko, A. L. Chernogorov, et al. On detection of crack-like welding defects by existing quality control methods. Advanced Engineering Research, 2021, vol. 21, no. 1. — p. 89–95. <https://doi.org/10.23947/2687-1653-2021-21-1-89-95>

**Введение.** Проблемам определения прочности эксплуатируемых сварных металлоконструкций посвящены научные исследования [1–7], а также стандарты<sup>1</sup>, инструкции<sup>2</sup> и нормативные документы<sup>3</sup> профильных организаций. Факторы, определяющие прочностные характеристики сварных соединений, многочисленны и разнообразны. Разрушения сварных металлоконструкций в процессе работы зависят от:

— условий эксплуатации (уровень расчетных нагрузок, схема нагружения, совместное влияние различных сил, действие неучтенных нагрузок и т. п.);

<sup>1</sup> ГОСТ 14771–76. Дуговая сварка в защитном газе. Соединения сварные. Основные типы, конструктивные элементы и размеры / Федеральное агентство по техническому регулированию и метрологии. М.: Изд-во стандартов, 2001. 37 с.

<sup>2</sup>РД-25.160.10-КТН-001-12. Инструкция по технологии сварки при строительстве и ремонте стальных вертикальных резервуаров ОАО «АК «Транснефть»» / ОАО «АК «Транснефть»», ООО «НИИ «ТНН»». 112 с. URL: [https://www.studmed.ru/rd-25-160-10-ktn-001-12-instrukciya-po-tehnologii-svarki-pri-stroitelstve-i-remonte-stalnyh-vertikalnyh-rezervuarov-chast-1\\_5cb8180807a.html](https://www.studmed.ru/rd-25-160-10-ktn-001-12-instrukciya-po-tehnologii-svarki-pri-stroitelstve-i-remonte-stalnyh-vertikalnyh-rezervuarov-chast-1_5cb8180807a.html) (дата обращения :10.10.2020).

<sup>3</sup>СТО Газпром 2-2.4-083-2006. Документы нормативные для проектирования, строительства и эксплуатации объектов ОАО «Газпром». Инструкция по неразрушающим методам контроля качества сварных соединений при строительстве и ремонте промышленных и магистральных газопроводов / ВНИИГаз, ЗАО «ВНИИСТ-Диагностика», ИПЦ «Газпром». URL: <https://files.stroyinf.ru/Index2/1/4293831/4293831880.htm> (дата обращения :10.10.2020).



— конструктивных и технологических причин.

Основные такие факторы представлены в виде схемы на рис. 1.



Рис. 1. Факторы, определяющие эксплуатационную прочность сварных соединений и конструкций

Обобщение многочисленных исследований позволяет утверждать, что на несущую способность сварных конструкций влияют перечисленные ниже условия.

I. Неоднородность структуры металла и механических свойств сварного шва и околошовной зоны.

II. Дефекты сварки, главным образом трещиноподобные. Это подрезы, трещины наплывы, острые включения, непровары, несплавления и т. п. (рис. 2).

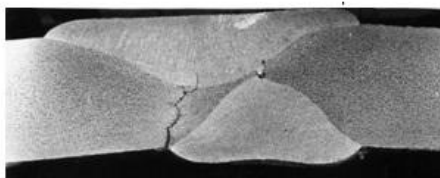


Рис. 2. Дефекты в стыковом сварном соединении

III. Несовершенство геометрии сечений сварных швов. Снижение прочности в наибольшей степени обусловлено остротой и резкостью сопряжения основного и наплавленного металла (рис. 2, 3): Чем меньше радиус перехода  $r$  и больше угол подхода  $\theta$  от основного к наплавленному металлу, тем ниже усталостная прочность сварного соединения. Эта закономерность действует даже при отсутствии дефектов сварки.

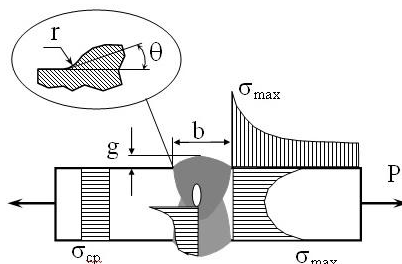


Рис. 3. Распределение напряжений в зоне сопряжения основного и наплавленного металла, в вершине острых дефектов

Конструкцию сварного соединения определяют:

— форма и размеры стыкуемых кромок деталей;

- взаимное расположение, конфигурация, длина сварных швов;
- тип сварного соединения по ГОСТ.

На рис. 4 показано распределение напряжений в нахлесточных сварных соединениях с фланговыми и комбинированными швами.

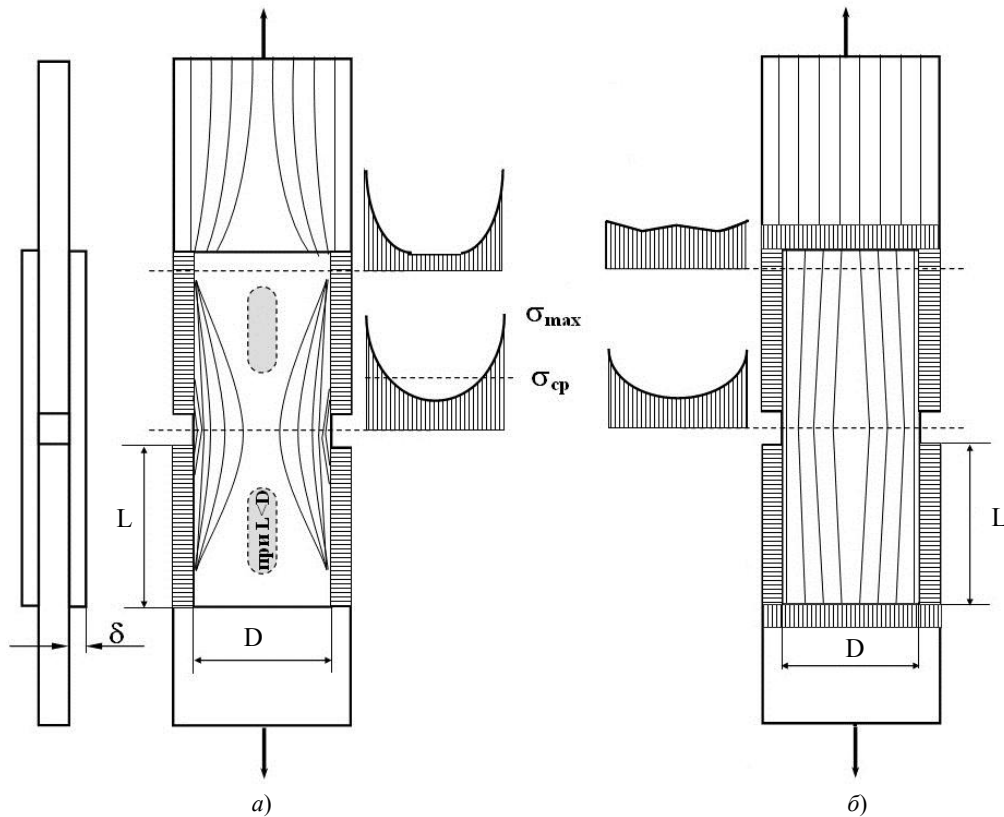


Рис. 4. Распределение напряжений в нахлесточных сварных соединениях: с фланговыми швами (а); с комбинированным швом (б)

В таблице 1 приведены значения теоретического коэффициента концентрации напряжений  $K_n$  в зависимости от длины и ширины накладки:

$$K_n = \frac{6_{max}}{6_{cp}} = 6,6 \cdot \frac{D}{L} \cdot \text{cth} \left( 4,6 \frac{D}{L} \right). \quad (1)$$

Таблица 1

Значения  $K_n$  в зависимости от длины и ширины накладки

| $D/L$ | 0,2  | 1,0  | 2,0  | 4,0  |
|-------|------|------|------|------|
| $K_n$ | 1,45 | 2,01 | 3,37 | 6,61 |

IV. Остаточные сварные напряжения (ОСН).

V. Абсолютные размеры свариваемых деталей (масштабный фактор).

Наличие сварных соединений в металлоконструкции даже без дефектов сварки обычно способствует снижению эксплуатационных свойств. Наименьшую опасность в этом смысле представляют стыковые сварные соединения. Нахлесточные и тавровые соединения создают концентрацию напряжений, обусловленную резкими изменениями рабочих сечений [8, 9]. Однако для изготовления многих конструкций недостаточно стыковых швов.

Остаточные сварочные напряжения могут изменять картину распределения общего силового потока. ОСН, взаимодействуя и суммируясь с напряжениями от внешних нагрузок, влияют на работоспособность сварных соединений. Это влияние может быть и положительным, например, если векторы ОСН и напряжений от внешних нагрузок разнонаправлены (растяжение + сжатие и т. п.).

Наличие сварных соединений в наибольшей степени сказывается на усталости конструкций. Возмущающие факторы (рис. 1) приводят к разрушению при напряжениях, которые могут передаваться элементами металлоконструкций без сварных соединений<sup>1</sup>.

В многочисленных работах, посвященных влиянию дефектов сварки на работоспособность соединений, даются рекомендации по снижению вредного воздействия. При этом отмечается, что некоторые дефекты следует отнести к разряду неопасных. Например, одиночные некрупные поры практически не влияют на усталостную прочность сварных соединений. В этом случае регламенты по наличию пор призваны обеспечить не прочность, а приемлемый товарный вид изделия.

Традиционно под дефектами сварки понимаются любые несовершенства геометрии и сплошности материала сварных швов и околошовной зоны. Таким образом, геометрия локальной зоны сопряжения основного и наплавленного металла также может считаться дефектом.

**Материалы и методы.** Изучение нормативных документов, регламентирующих наличие и размеры дефектов сварки, показало, что в них практически отсутствуют требования к геометрии участков сварных соединений в месте сопряжения шва с основным металлом. Однако именно здесь зарождаются разрушения из-за образования и роста трещиноподобных дефектов [2, 4, 10]. При разработке нормативов (например, для магистральных трубопроводов, работающих под действием статических и повторно-статических нагрузок) важно учитывать не только размер дефекта, ослабляющего рабочее сечение сварного шва, но и его остроту, определяющую локальную концентрацию напряжений в устье дефекта.

В [8] представлены методики прогнозирования устойчивости сварных соединений при работе на усталость, учитывающие реальную геометрию сварных швов и вероятность дефектов. Такой подход целесообразно использовать для разработки отраслевых нормативов допустимости дефектов сварки с учетом нагруженности и ответственности металлоконструкций. Данные методики позволяют определять статистически обоснованные характеристики качества сварных соединений.

В металлоконструкциях при статических нагрузках дефекты сварных швов проявляются, если их размеры столь значительны, что реально ослабляют рабочие сечения соединений. Для определения прочности соединений и приемлемых размеров дефектов проводят расчет на статическую прочность по допускаемым напряжениям.

К расчетам сварных соединений, работающих в режиме повторно-статических нагрузок с трещиноподобными дефектами, целесообразно подходить с позиций механики разрушения. В этом случае используется коэффициент интенсивности напряжений  $K_I$  [3, 10–12]:

$$K_I = \sigma\sqrt{\pi l}, \quad (2)$$

где  $\sigma$  — номинальные напряжения;  $l$  — полудлина эквивалентной трещины, описывающей характерный размер трещиноподобного дефекта (например, глубина подреза, глубина непровара и т. п.).

При этом к трещиноподобным дефектам можно условно отнести дефекты с радиусом в вершине  $R$  менее 0,25 мм. Дефекты, для которых  $R > 0,25$  мм, условно можно считать тупыми.

**Результаты исследования.** Одним из факторов, определяющих эксплуатационные свойства сварных конструкций, являются трещиноподобные дефекты — такие, как: непровары, подрезы, межваликовые несплавления, микротрещины.

При визуально-измерительном контроле весьма сложно обнаружить острые дефекты с малыми значениями измеряемых величин (0,1–0,25 мм). Это объясняется низкой чувствительностью измерительного инструмента и человеческим фактором, так как измерения выполняются с помощью контроллера в ручном режиме [13].

Радиография и ультразвук — два основных неразрушающих физических метода контроля для выявления внутренних дефектов. При исследовании особо ответственных конструкций указанные методы часто дублируют друг друга, так как имеют различную чувствительность и достоверность. Для выявления острых, нераскрывающихся дефектов (например, трещин) предпочтение отдают ультразвуковому контролю<sup>2</sup> [14, 15]. Однако он часто выполняется вручную. Соответственно, на результаты может повлиять человеческий фактор, поэтому данный метод представляется недостаточно достоверным.

Основные сложности при оценке качества изделия могут возникать у специалистов уже на стадии подготовки, при выборе метода ультразвукового контроля (например, при использовании зеркально-теневого

<sup>1</sup> Харченко, В. Я. О требованиях к качеству сварных соединений и их классификации в машиностроительных конструкциях / В. Я. Харченко, С. С. Ассауленко, В. А. Передельский // Инновационные технологии в машиностроении и металлургии : сб. ст. VII науч.-практ. конф. Ростов н/Д : Изд-во ДГТУ, 2015. С. 341–346.

<sup>2</sup> ГОСТ 55724 — 2013. Контроль неразрушающий. Соединения сварные. Методы ультразвуковые / Федеральное агентство по техническому регулированию и метрологии. М.: Стандартинформ, 2019. 28 с.

метода, эхометода или теневого метода). Для выбора необходимо владеть методиками проведения работ, а также учитывать характеристики преобразователей в соответствии с ГОСТ Р 55725–2013<sup>1</sup>. Такие знания не всегда демонстрируют даже специалисты 3-го уровня квалификации, что выявляется при аттестации.

Специалисты по оборудованию и контролю качества должны уметь правильно настраивать дефектоскоп по стандартным образцам (СО-1, СО-2, СО-3) и по стандартным образцам предприятия (СОП). Такие шаблоны изготавливаются из материала, аналогичного материалу объекта контроля. Образцы должны соответствовать объекту по толщине и (если требуется) по радиусу (при контроле труб малого диаметра). Однако практика проведения аттестационных мероприятий свидетельствует о том, что в некоторых случаях специалисты не способны качественно выполнять эту работу.

В процессе контроля важны также скорость и шаг сканирования объекта. При слишком высокой скорости сканирования оператор рискует пропустить дефект или неточно определить его координаты, глубину залегания и границы несплошности. Нормы скорости сканирования оговариваются в нормативной документации. Однако в полевых условиях процедура контроля осложняется температурными перепадами, которые зависят от времени года, места проведения и др. Так, например, в зависимости от температуры среды меняется температура объекта контроля, и это может сказаться на вязкости контактной жидкости. С другой стороны, при низкой температуре требуется подогрев контролируемого участка. Это меняет некоторые физические свойства объекта контроля и, соответственно, прохождение ультразвука в изделии и т. п.

Главная проблема при подведении итогов контроля и выдаче заключений — вольная и субъективная интерпретация полученных данных о количестве дефектов, глубине и области их залегания. Много зависит от опыта оператора, его умения отличать сигналы дефектов от ложных или поверхностных.

**Обсуждение и заключения.** Необходимо ограничить влияние человеческого фактора для повышения достоверности результатов визуально-измерительного и ультразвукового контроля качества сварных соединений. Для достижения этой цели считаем целесообразным в процессе периодической обязательной оценки квалификации и аттестации специалистов по контролю организовать их дополнительное обучение. Преподавателями должны быть специалисты сварочного производства. В краткосрочных учебных программах следует обобщить информацию о влиянии острых трещиноподобных дефектов сварки на прочностные характеристики сварных конструкций и их эксплуатационный ресурс.

При аттестации необходимо использовать специальные тренажеры для ультразвукового контроля и образцы сварных соединений элементов конструкций с искусственно созданными дефектами, имитирующими их реальные размеры, форму и расположение в испытательных тест-образцах. Это позволит получить объективную оценку достоверности и информативности ультразвукового контроля.

#### Библиографический список

1. Лукьянов, В. Ф. Нормативная база технического регулирования в сварочном производстве : учеб. пособ. / В. Ф. Лукьянов, А. Н. Жабин, А. И. Прилуцкий. — Ростов-на-Дону : Изд-во ДГТУ, 2008. — 302 с.
2. Hesse, A.-C. On the effect of weld defects on the fatigue strength of beam welded butt joints / A.-C. Hesse, T. Nitschke-Pagel, K. Dilger // *Procedia Structural Integrity*. — 2018. — Vol. 13. — P. 2053–2058.
3. Металлические конструкции. В 3 т. / В. В. Горев, Б. Ю. Уваров, В. В. Филиппов [и др.] ; под ред. В. В. Горева. — 3-е изд., стер. — Москва : Высшая школа, 2004. — Т. 1. — 551 с.
4. Трещиностойкость металла труб нефтепроводов / А. Г. Гумеров, К. М. Ямалеев, Г. В. Журавлев, Ф. И. Бадиков. — Москва : Недра-Бизнесцентр, 2001. — 231 с.
5. Gosavi, P.D. Microstructure and mechanical properties correlation of weld joints of a high strength naval grade steel / P. D. Gosavi, K. K. Sarkar, S. K. Khunte [et al.] // *Procedia Structural Integrity*. — 2019. — Vol. 14. — P. 304–313.
6. Shen, W. Stress concentration effect of thin plate joints considering welding defects / W. Shen, Y. Qiu, L. Xu, L. Song // *Ocean Engineering*. — 2019. — Vol. 184. — P. 273–288.
7. Papatheocharis, T. Fatigue resistance of welded steel tubular X-joints / T. Papatheocharis, G. C. Sarvanis, P. C. Perdikaris [et al.] // *Marine Structures*. — 2020. — Vol. 74. — Art. 102809.
8. Лукьянов В. Ф. Оценка усталостной прочности сварных соединений с угловыми швами на основе анализа локального напряженного состояния / В. Ф. Лукьянов, А. А. Пархоменко, Д. В. Рогозин // *Сварка и диагностика*. — 2010. — № 6. — С. 16–19.
9. Куркин, А. С. Методика расчета ресурса сварных конструкций с наличием дефектов / А. С. Куркин, Э. Л. Макаров // *Сварка и диагностика*. — 2012. — № 5. — С. 41–44.
10. Hu, Y. A novel semi-analytical method for notch stress and fatigue strength analysis of tube-flange welded joints / Y. Hu, R. Yan, W. Shen [et al.] // *International Journal of Fatigue*. — 2020. — Vol. 141. — Art. 105860.

<sup>1</sup> ГОСТ Р 55725–2013 Контроль неразрушающий. Преобразователи ультразвуковые пьезоэлектрические. Общие технические требования / Федеральное агентство по техническому регулированию и метрологии. М.: Стандартинформ, 2019. 16 с.

11. Полетаев, В. Ю. Влияние надреза на склонность сварных соединений к межзеренному разрушению / В. Ю. Полетаев, Д. В. Рогозин // Вестник Донского государственного технического университета. — 2015. — Т. 15, № 3 (82). — С. 28–34.

12. Primož Štefane. Effect of crack length on fracture toughness of welded joints with pronounced strength heterogeneity / Primož Štefane, Sameera Naib, Stijn Hertelé [et al.] // Procedia Structural Integrity. — 2018. — Vol. 13. — P. 1895–1900.

13. О погрешности измерения геометрических параметров сварного соединения с использованием шаблонов / А. Е. Шубочкин, М. А. Прилуцкий, Г. В. Зусман, Б. М. Кантер // Сварка и диагностика. — 2019. — № 6. — С. 41–45.

14. Сварка. Резка. Контроль. Справочник в 2 т. / Под общ. ред. Н. П. Алешина, Г. Г. Чернышева. — Москва : Машиностроение. — 2004. — 480 с.

15. Albuquerque, V. Thermal aging effects on the microstructure of Nb-bearing nickel-based superalloy weld overlays using ultrasound techniques / V. Albuquerque, C. Silva, E.P. Moura [et al.] // Materials & Design. — 2012. — Vol. 36. — P. 337–347.

Сдана в редакцию 23.11.2020

Запланирована в номер 09.01.2021

*Об авторах:*

**Передельский Виктор Андреевич**, аспирант кафедры «Машины и автоматизация сварочного производства» ФГБОУ ВО «Донской государственный технический университет» (344003, РФ, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1), ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-3802-8776>, [viktorperedelksy@rambler.ru](mailto:viktorperedelksy@rambler.ru).

**Харченко Виктор Яковлевич**, преподаватель кафедры «Машины и автоматизация сварочного производства» ФГБОУ ВО «Донской государственный технический университет» (344003, РФ, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1), кандидат технических наук, доцент, ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-7349-9688>, [rostov.naks@mail.ru](mailto:rostov.naks@mail.ru).

**Черногоров Анатолий Лаврович**, преподаватель кафедры «Машины и автоматизация сварочного производства» ФГБОУ ВО «Донской государственный технический университет» (344003, РФ, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1), кандидат технических наук, доцент, ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-6251-9906>, [motors2007@bk.ru](mailto:motors2007@bk.ru).

**Тихонов Сергей Валериевич**, специалист по сварке ООО «Государственный аттестационный центр Московский регион Национального агентства качества сварки» (105005, РФ, г. Москва, ул. 2-я Бауманская, 5, стр. 14), ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-0681-6169>, [Stihonov86@mail.ru](mailto:Stihonov86@mail.ru)

*Заявленный вклад соавторов:*

В. А. Передельский — формирование основной концепции, подготовка текста, формулирование выводов. В. Я. Харченко — формирование основной концепции, научное руководство, анализ исходного материала, доработка текста, корректировка выводов. А. Л. Черногоров — выполнение расчетов напряженно-деформированного состояния сварных соединений, доработка текста. С. В. Тихонов — формирование библиографического списка и анализ результатов исследования.

*Все авторы прочитали и одобрили окончательный вариант рукописи.*



# ИНФОРМАТИКА, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА И УПРАВЛЕНИЕ INFORMATION TECHNOLOGY, COMPUTER SCIENCE, AND MANAGEMENT



УДК 519.72; 519.876.5

<https://doi.org/10.23947/2687-1653-2021-21-1-96-104>

## О модификации декодера bit-flipping кодов с низкой плотностью проверок на четность

С. С. Гурский, Н. С. Могилевская

ФГАОУ ВО «Южный федеральный университет» (г. Ростов-на-Дону, Российская Федерация)



**Введение.** Во всех видах цифровой связи применяются методы помехоустойчивого кодирования. Во многих стандартах цифровой связи, например вай-фай (англ. Wi-Fi) и 5G, используются коды с низкой плотностью проверок на четность. Эти коды популярны потому, что для них возможно построение кодеров и декодеров с невысокой вычислительной сложностью. Цель настоящей работы — повышение корректирующей способности известного битфлиппинг-декодера (англ. bit-flipping, BF) LDPC-кодов. Для этого строится модификация декодера, позволяющая динамически управлять одним из его основных параметров, выбор которого существенно влияет на качество декодирования.

**Материалы и методы.** Рассмотрен известный декодер bit-flipping двоичных LDPC-кодов. Некоторые его параметры не имеют жесткой связи с параметрами кода. С помощью имитационного моделирования исследована зависимость качества декодирования от выбора выходных параметров декодера bit-flipping. Показано, что на результаты декодирования в этом случае существенно влияет входной параметр декодера — порог  $T$ . Разработана модификация BF-декодера двоичных LDPC-кодов, в которой предлагается задавать порог динамически во время выполнения алгоритма в зависимости от степени повреждения кодового слова ошибками. Проведен сравнительный анализ корректирующей способности декодеров методом имитационного моделирования.

**Результаты исследования.** Сформулирована и доказана лемма о максимальном значении порога  $T$  декодера. Найдены верхние оценки для количества операций оригинального и модифицированного декодеров. Построена имитационная модель, реализующая цифровой помехоустойчивый канал связи. В модели исходные данные кодируются заданным LDPC-кодом, зашумляются аддитивными равномерно распределенными ошибками, а затем поочередно декодируются алгоритмом bit-flipping с различными параметрами порога  $T$  и модифицированным декодером. По входным и выходным данным оценивается корректирующая способность использованных декодеров. Эксперименты показали, что в диапазоне реального уровня ошибок корректирующая способность модифицированного декодера выше, чем у оригинального, вне зависимости от выбора его параметров.

**Обсуждение и заключения.** Доказанная в работе лемма устанавливает верхнюю границу значения порога в оригинальном декодере, что облегчает его настройку. По сравнению с оригинальным декодером разработанная модификация способна лучше исправлять ошибки. При этом сложность модификации увеличена незначительно по сравнению с оригинальным алгоритмом. Отмечено, что качество декодирования модифицированным декодером растет при увеличении длины кода и уменьшении количества циклов в графе Таннера, соответствующего проверочной матрице кода.

**Ключевые слова:** LDPC-коды, корректирующая способность декодера, динамический порог, двоичный симметричный канал, экспериментальное исследование.

**Для цитирования:** Гурский, С. С. О модификации декодера bit-flipping кодов с низкой плотностью проверок на четность / С. С. Гурский, Н. С. Могилевская // Advanced Engineering Research. — 2021. — Т. 21, № 1. — С. 96–104. <https://doi.org/10.23947/2687-1653-2021-21-1-96-104>

© Гурский С. С., Могилевская Н. С., 2021





## On the modification of bit-flipping decoder of LDPC-codes

S. S. Gurskiy, N. S. Mogilevskaya

Southern Federal University (Rostov-on-Don, Russian Federation)

**Introduction.** In all types of digital communication, error control coding techniques are used. Many digital communication standards, such as Wi-Fi and 5G, use low density parity check (LDPC) codes. These codes are popular because they provide building encoders and decoders with low computational complexity. This work objective is to increase the error correcting capability of the well-known bit-flipping decoder (BF) of LDPC-codes. For this purpose, a modification of the decoder is built, which enables to dynamically control one of its main parameters whose choice affects significantly the quality of decoding.

**Materials and Methods.** The well-known bit-flipping decoder of binary LDPC-codes is considered. This decoder has several parameters that are not rigidly bound with the code parameters. The dependence of the decoding quality on the selection of the output parameters of the bit-flipping decoder was investigated through simulation modeling. It is shown that the decoding results in this case are significantly affected by the input parameter of the decoder — threshold  $T$ . A modification of the BF-decoder of binary LDPC-codes has been developed, in which it is proposed to set the threshold dynamically during the execution of the algorithm depending on the error rate. A comparative analysis of the error-correcting capability of decoders is carried out by the simulation modeling method.

**Results.** A lemma on the maximum value of the decoder threshold  $T$  is formulated and proved. Upper bounds for the number of operations are found for the original and modified decoders. A simulation model that implements a digital noise-immune communication channel has been built. In the model, the initial data is encoded with a given LDPC-code, then it is made noisy by additive uniformly distributed errors, and thereafter, it is decoded in turn by the bit-flipping algorithm with different threshold  $T$  parameters, as well as by a modified decoder. Based on the input and output data, the correction capacity of the decoders used is estimated. Experiments have shown that the error-correcting capability of the modified decoder in the range of the real error rate is higher than that of the original decoder, regardless of the selection of its parameters.

**Discussion and Conclusions.** The lemma, proved in the paper, sets the upper bound on the threshold value in the original decoder, which simplifies its adjustment. The developed modification of the decoder has a better error-correcting capability compared to the original decoder. Nevertheless, the complexity of the modification is slightly increased compared to the original algorithm. It has been pointed out that the decoding quality of a modified decoder develops with a decrease in the number of cycles in the Tanner graph and an increase in the length of the code.

**Keywords:** LDPC-codes, error-correcting capability, dynamic threshold, binary symmetric channel, experimental research.

**For citation:** S. S. Gurskiy, N. S. Mogilevskaya. On the modification of bit-flipping decoder of LDPC-codes. Advanced Engineering Research, 2021, vol. 21, no. 1, p. 96–104. <https://doi.org/10.23947/2687-1653-2021-21-1-96-104>

**Введение.** В 1963 году в работе [1] Р. Галлагер впервые описал класс линейных блочных кодов, проверочная матрица которых содержит малое количество ненулевых элементов. Такие коды принято называть кодами с низкой плотностью проверок на четность или LDPC-кодами (от англ. low-density parity check codes). Для них возможно построение кодеров и декодеров с невысокой вычислительной сложностью. Таким образом, при использовании LDPC-кодов скорость передачи данных существенно не ограничивается. Многие современные работы посвящены LDPC-кодам и их декодерам [2–5]. LDPC-коды активно используются в разных стандартах цифровой связи, например вай-фай (англ. Wi-Fi), 5G и оптической связи [6, 7]. Однако, несмотря на популярность этих кодов, некоторые связанные с ними задачи требуют исследования и решения. Одна из них — построение новых и улучшение существующих декодеров.

Цель данной работы — повышение корректирующей способности известного декодера bit-flipping LDPC-кодов (далее BF-декодер). Для этого строится модификация декодера, позволяющая динамически управлять одним из его основных параметров, выбор которого существенно влияет на качество декодирования.

**Материалы и методы.** Основными параметрами двоичных LDPC-кодов являются длина  $N$ , размерность  $K$  и минимальное расстояние кода  $d$ . Информационные слова  $[N, K, d]$ -кода  $C$  — это векторы  $\bar{m} = (m_1, m_2, \dots, m_K) \in F_2^K$ , где  $F_2$  — поле Галуа мощности 2, а кодовые слова — векторы  $\bar{c} = (c_1, c_2, \dots, c_N) \in F_2^N$  [8]. Удобно задавать LDPC-коды проверочной  $(N - K) \times N$  матрицей  $H$ . Большее количество ее элементов — нулевые [1], поэтому удобнее хранить ее не целиком, а запоминая только позиции ненулевых элементов по строкам.

Различают регулярные [9] и нерегулярные [10] LDPC-коды. В регулярных кодах все строки и столбцы проверочных матриц содержат фиксированное количество единичных элементов ( $k$  и  $j$  соответственно), иначе

код называют нерегулярным. Для удобства проверочные матрицы регулярных LDPC-кодов будем называть регулярными матрицами, а нерегулярных LDPC-кодов — нерегулярными.

Регулярные LDPC-коды обладают рядом преимуществ: легко оцениваемые параметры кода, удобство хранения матриц, невысокая вычислительная сложность алгоритмов кодирования и декодирования и пр. Кроме этого, декодеры регулярных кодов исправляют ошибки равномерно, в отличие от нерегулярных, которые исправляют ошибки в некоторых частях кодового слова хуже, чем в других. Однако задача генерации регулярных матриц с заданными свойствами является сложной, часто для ее решения используются методы перебора.

Для обсуждения свойств матрицы  $H$  удобно использовать соответствующий ей граф Таннера  $G = (V, E)$ , где  $E$  — множество ребер, а  $V = SUR$  — множество вершин,  $S$  — множество строк матрицы  $H$ , а  $R$  — множество ее столбцов [11]. Каждый ненулевой элемент  $H$ , стоящий в  $i$ -й строке и  $j$ -м столбце, задает ребро, соединяющее  $i$ -ю вершину множества  $S$  и  $j$ -ю вершину множества  $R$ . На рис. 1 представлен пример регулярной проверочной матрицы  $3 \times 6$  с параметрами  $k = 4$  и  $j = 2$  и соответствующий ей граф Таннера.

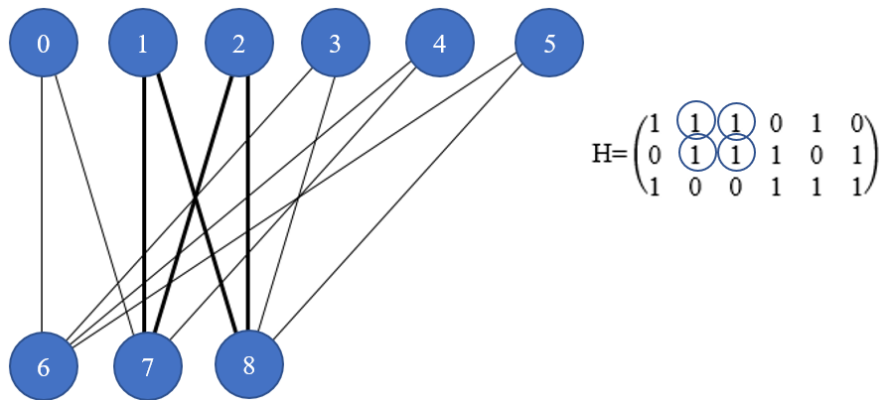


Рис. 1. Цикл в графе Таннера и в проверочной матрице

Верхний ряд вершин графа соответствует столбцам матрицы  $H$ , а нижний ряд связан со строками  $H$ . Важная характеристика проверочной матрицы  $H$  LDPC-кода — наличие и тип циклов в соответствующем ей графе Таннера. Цикл — это такая последовательность смежных вершин графа, в которой первая и последняя вершины совпадают. Длина этой последовательности называется длиной цикла. Минимальная длина цикла в графе называется обхватом. Если граф не содержит циклов, его обхват полагают бесконечным. Пример цикла длины 4 выделен жирными линиями на графе (рис. 1).

Возможности по исправлению ошибок зависят не только от основных параметров LDPC-кодов, но и от структуры проверочной матрицы  $H$ . С одной стороны, наличие циклов небольших длин (таких как 4 и 6) заметно ухудшает корректирующую способность декодера [12]. С другой стороны, код, которому соответствует граф Таннера без циклов, не исправляет ошибок, т. к. его минимальное кодовое расстояние равно 2. Таким образом, задача построения проверочных матриц регулярных LDPC-кодов является многопараметрической. При ее решении необходимо следить за основными параметрами кода, а также за циклами в графе Таннера, соответствующем проверочной матрице.

Рассмотрим в удобном виде известный BF-декодер LDPC-кода  $C$  [13].

Вход: LDPC-код  $C$  с параметрами  $[N, K, d]$ , заданный проверочной матрицей

$$H = \begin{pmatrix} h_{11} & h_{12} & \dots & h_{1N} \\ h_{21} & h_{22} & \dots & h_{2N} \\ \dots & \dots & \ddots & \dots \\ h_{(N-K)1} & h_{(N-K)2} & \dots & h_{(N-K)N} \end{pmatrix}. \quad (1)$$

Вектор  $\bar{c}' = \bar{c} + \bar{e}$ ,  $\bar{c} \in C(\subset F_2^N)$ ,  $\bar{e} \in F_2^N$  — вектор ошибок;  $p$  — количество итераций алгоритма;  $T$  — пороговое значение.

Выход: кодовый вектор  $\bar{c} \in C(\subset F_2^N)$ .

Шаг 1. Положим счетчик  $r$  равным нулю.

Шаг 2. Вычислим синдром  $\bar{s} = \bar{c}' H^T$ . Если  $\bar{s} = \bar{0}$  или  $r = p$ , то переходим на шаг 5.

Шаг 3. Выделим из вектора  $\bar{s} = (s_1, s_2, \dots, s_{N-K})$  единичные координаты, т. е.  $s_i = 1$ ,  $i = \overline{1, (N-K)}$ .

Составим множество  $L = \{i | s_i = 1\}$ . Вычислим  $\bar{h}' = (h'_1, h'_2, \dots, h'_N)$ , где

$$h'_l = \sum_{i \in L} h_{il}. \quad (2)$$

Величины  $h_{il}$ ,  $l = 1, \dots, N$  следует полагать неотрицательными целыми числами. Таким образом,  $\bar{h}' \in \mathbb{N}_0^N$ , где  $\mathbb{N}_0 = \mathbb{N} \cup \{0\}$ .

Шаг 4. В векторе  $\bar{h}' = (h'_1, h'_2, \dots, h'_N)$  находим все элементы  $h'_i > T$ . Среди них выбираем случайный  $h'_i$  и инвертируем бит  $c'_i$  вектора  $\bar{c}$ . Добавляем к счетчику  $r$  единицу и переходим на шаг 2.

Шаг 5.  $\bar{c} := \bar{c}'$ .

Исследования, проведенные в рамках данной работы, позволяют сделать ряд замечаний по BF-декодеру.

*Замечание 1.* Входной параметр  $p$  задает максимальное количество итераций алгоритма со 2-го по 4-й шаги, но декодер может восстановить кодовое слово за меньшее число итераций.

*Замечание 2.* При выборе параметра  $T$  нужно руководствоваться следующими соображениями. Если известен параметр  $d$  используемого  $[N, K, d]$ -кода  $C$ , то по нему можно вычислить  $t$  — число гарантированно исправляемых ошибок, и тогда количество итераций декодера ограничивается этим значением:

$$p = t = \left\lfloor \frac{d-1}{2} \right\rfloor. \quad (3)$$

Здесь  $\lfloor x \rfloor$  — округление числа  $x$  до меньшего целого. Если параметр  $d$  неизвестен, то его можно оценить с помощью границы Синглтона [5]

$$d \leq N - K + 1$$

и, используя (3), получить

$$p = \left\lfloor \frac{N-K}{2} \right\rfloor.$$

*Замечание 3.* Структура декодера такова, что восстановление корректного кодового слова не гарантируется, даже если в зашумленном слове  $\bar{c}' = \bar{c} + \bar{e}$  возникло не более  $t$  ошибок (3).

*Замечание 4.* В литературе для регулярных проверочных матриц в BF-декодере рекомендуется выбирать порог  $T$  зависящим от веса  $j$  столбца матрицы  $H$ , а именно  $T = \frac{j}{2}$ . Для нерегулярных матриц такие рекомендации в литературе не приведены. Корректирующую способность BF-декодера может ухудшить неудачный выбор порога  $T$ . При его большом значении на шаге 4 декодера в векторе  $\bar{h}'$  может не найтись координаты, превосходящей порог  $T$ , следовательно, не будут исправлены ошибочные биты. При выборе малого значения  $T$  на шаге 4 BF-декодера в векторе  $\bar{h}'$  может появиться несколько координат, значение которых превышает порог. Среди них могут быть и координаты, не содержащие ошибку. Таким образом, выбор параметра  $T$  может в значительной мере повлиять на качество декодирования.

**Результаты исследования.** Сформулируем и докажем лемму о максимально возможном значении порога  $T$ . Затем модифицируем BF-декодер таким образом, чтобы порог устанавливался в процессе декодирования динамически, и проведем сравнительный анализ оригинального и модифицированного алгоритмов декодирования.

*Лемма.* Пусть двоичный  $[N, K, d]$ -код  $C$  задан с помощью проверочной матрицы  $H$ , имеющей фиксированное количество  $j$  единичных элементов в каждом столбце. Тогда максимальное значение порога  $T$  для BF-декодера такого LDPC-кода  $C$  не может быть больше

$$T = j - 1. \quad (4)$$

*Доказательство.* Пусть из канала передачи получен вектор  $\bar{c}' = \bar{c} + \bar{e}$ , где  $\bar{c} \in C$  — верное кодовое слово,  $\bar{e} \in F_2^N$  — вектор ошибок с весом Хэмминга  $w(\bar{e})$ . Если  $w(\bar{e}) = 0$ , то на шаге 2 вектор-синдром  $\bar{s} = \bar{0}$ . Следовательно, алгоритм перейдет на шаг 5 и вернет  $\bar{c}'$  в качестве ответа. В этом случае значение порога не используется. Если  $w(\bar{e}) > 0$ , то из регулярности  $H$  вытекает справедливость неравенства  $h'_i \leq j$ , где  $h'_i$  — элементы вектора  $\bar{h}'$ . Инвертирование бит  $c'_i$  вектора  $\bar{c}'$  происходит в алгоритме, только если  $h'_i > T$ . Следовательно,

$$T < h'_i \leq j.$$

Таким образом, формула (4) верна.

Внесем в BF-декодер изменения, которые позволят определять величину порога динамически, в зависимости от степени повреждения кодового вектора в канале передачи.

Вход:  $[N, K, d]$ -код  $C$ , заданный приведенной выше проверочной матрицей (1). Вектор  $\bar{c}' = \bar{c} + \bar{e}$ , где  $\bar{c} \in C (\subset F_2^N)$ ,  $\bar{e} (\in F_2^N)$  — вектор ошибок;  $p$  — количество итераций алгоритма;  $T$  — некоторое пороговое значение, выбранное заранее.

Выход: кодовый вектор  $\bar{c} \in C (\subset F_2^N)$ .

Шаг 1. Положим счетчик  $r$  равным нулю.

Шаг 2. Вычислим синдром  $\bar{s} = \bar{c}' H^T$ . Если  $\bar{s} = (0, \dots, 0)$  или  $r = p$ , то переходим на шаг 7.

Шаг 3. Выделим из вектора  $\bar{s} = (s_1, s_2, \dots, s_{N-K})$  единичные координаты, т. е.  $s_i = 1$ ,  $i = \overline{1, (N-K)}$ . Составим множество  $L = \{i | s_i = 1\}$ . Вычислим  $\bar{h}' = (h'_1, h'_2, \dots, h'_N)$ , где  $h'_i$  такой же, как и в оригинальном декодере (2). При суммировании величины  $h_{il}$   $l = 1, \dots, N$ , следует полагать неотрицательными целыми числами. Таким образом,  $\bar{h}' \in \mathbb{N}_0^N$ , где  $\mathbb{N}_0 = \mathbb{N} \cup \{0\}$ .

Шаг 4. Инициализируем значение порога  $T := \max(h'_i)_{i=1, \dots, N} - 1$ .

Шаг 5. Если  $T \geq 0$

Выберем произвольный элемент  $h'_q$  вектора  $\bar{h}'$  — такой, что  $h'_q > T$ .

Инвертируем бит  $c'_q$ .

Шаг 6. Добавим к счетчику  $r$  единицу и перейдем на шаг 2.

Шаг 7.  $\bar{c} := \bar{c}'$ .

*Замечание 5.* Модифицированный алгоритм в целом выполняет меньше итераций, чем BF-декодер, т. к. на шаге 4 порог выбирается динамически. Следовательно, декодер не выполняет бесполезные итерации, на которых не изменяются биты вектора  $\bar{c}'$ . Значение порога в модифицированном декодере зависит от числа ошибок, повредивших кодовое слово, и сразу устанавливается таким, что в зашумленное кодовое слово  $\bar{c}'$  гарантированно вносятся изменения.

Оценим сверху количество операций сложения, сравнения и присваивания в обоих декодерах. В оригинальном BF-декодере  $[N, K, d]$ -кода  $C$  производится  $p(kK + (N - K)N + 1)$  операций сложения,  $p(3N - 2K + 2)$  операций сравнения и  $p((N - K)(k + 1) + 2N + 3) + 1$  операций присваивания. В BF-декодере с динамическим порогом —  $p(kK + (N - K)N + 3)$  операций сложения,  $p(5N - 2K + 3)$  операций сравнения и  $p((N - K)(k + 1) + 2N + 4) + 1$  операций присваивания. Здесь  $p$  — параметр декодера, устанавливающий максимальное количество операций,  $k$  — вес строк проверочной матрицы кода. Заметим, что при реализации алгоритма фактически не используются операции умножения и деления, т. к. на втором шаге для вычисления синдрома  $\bar{s}$  удобно использовать операции сложения вместо умножения. Напомним, что матрица  $H$  обладает разреженной структурой, и ее строки удобно хранить в виде списка номеров ненулевых элементов. Следовательно, вместо умножения вектора  $\bar{c}'$  на матрицу  $H$  необходимо суммировать координаты вектора  $\bar{c}'$ , номера которых совпадают с номерами ненулевых элементов в соответствующей строке матрицы  $H$ .

В сравнении с оригинальным алгоритмом модифицированный BF-декодер выполняет больше операций, но не значительно: число операций сравнения увеличилось на  $p(2N + 1)$ , присваивания — на  $p$ , сложения — на  $2p$ .

Для сравнительного исследования корректирующей способности оригинального и модифицированного алгоритмов декодирования создано программное средство, реализующее имитационную модель двоичного симметричного идеально синхронизированного помехоустойчивого канала связи согласно [14–16]. Для обеспечения помехоустойчивости в модели использованы LDPC-коды и BF-декодеры (оригинальный и с динамическим порогом). Ошибки в канале моделировались независимыми и равномерно распределенными.

В экспериментах использованы специально найденные проверочные матрицы, задающие LDPC-коды. Опишем основные параметры этих матриц, используя стандартные обозначения основных параметров кода, а также:  $j$  и  $k$  — вес каждого столбца и вес каждой строки проверочной матрицы соответственно;  $\omega_4, \omega_6$  — 4 и 6 циклов в графе Таннера, соответствующем проверочной матрице.

Регулярная матрица  $H_1$ :  $N = 20, K = 5, j = 3, k = 4, d = 6, \omega_4 = 0, \omega_6 = 41$ .

Регулярная матрица  $H_2$ :  $N = 28, K = 7, j = 3, k = 4, d = 6, \omega_4 = 0, \omega_6 = 42$ .

Регулярная матрица  $H_3$ :  $N = 28, K = 7, j = 3, k = 4, d = 6, \omega_4 = 0, \omega_6 = 29$ .

Нерегулярная матрица  $H_4$ :  $N = 32, K = 5, j = 3, d = 12, \omega_4 = 0, \omega_6 = 0$ .

С использованием этих матриц были построены кодеки LDPC-кодов и проведены имитационные эксперименты. На рис. 2–5 представлены графики зависимости корректирующей способности построенных

кодеков LDPC-кодов от вероятности ошибки в канале. Обоснование выбора значений порога  $T = 1$  и  $T = 2$  в BF-декодере см. в замечаниях 3, 4 и лемме.

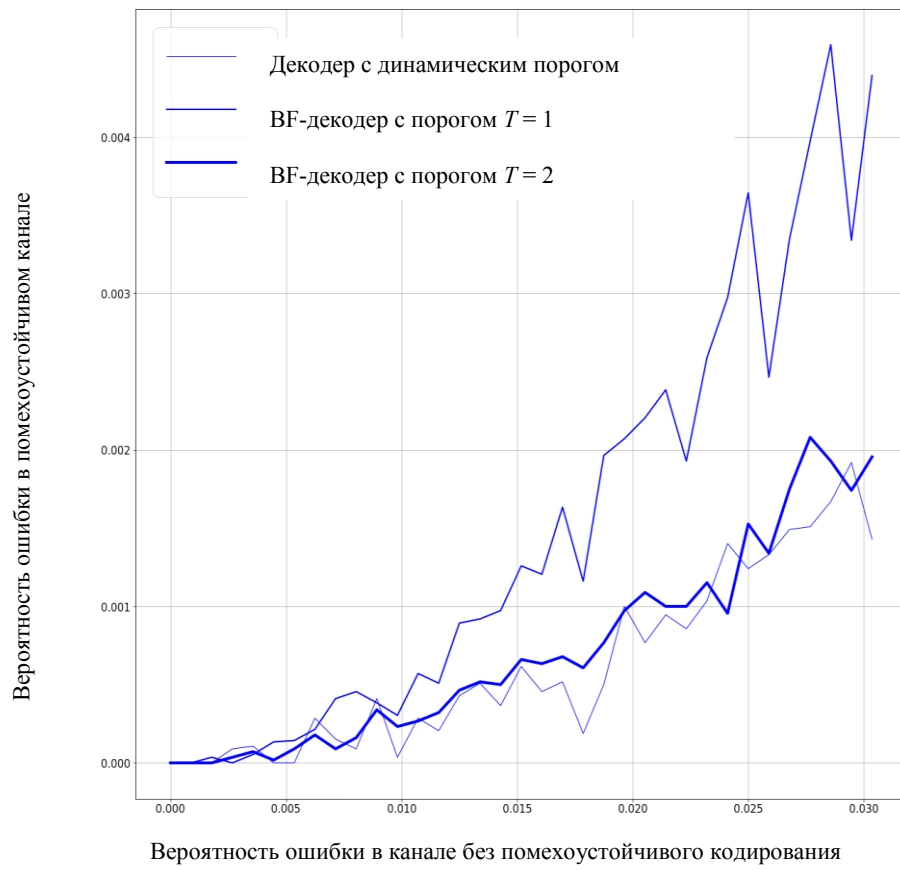


Рис. 2. График корректирующей способности декодеров для LDPC-кодов, заданных матрицей  $H_2$

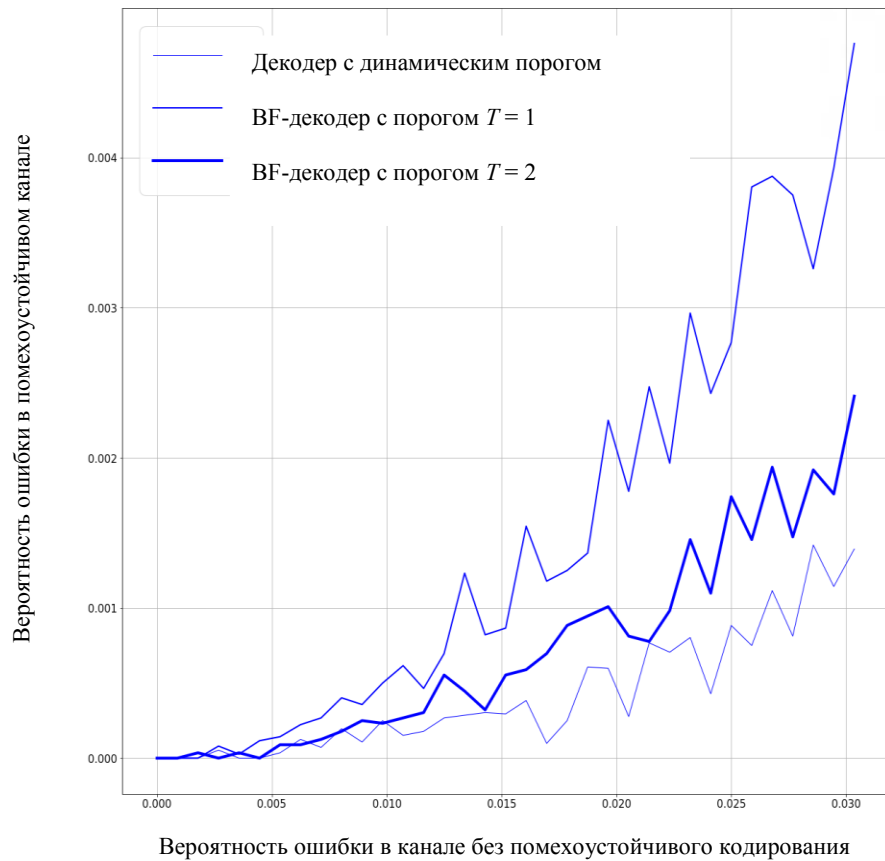


Рис. 3. График корректирующей способности декодеров для LDPC-кодов, заданных матрицей  $H_3$

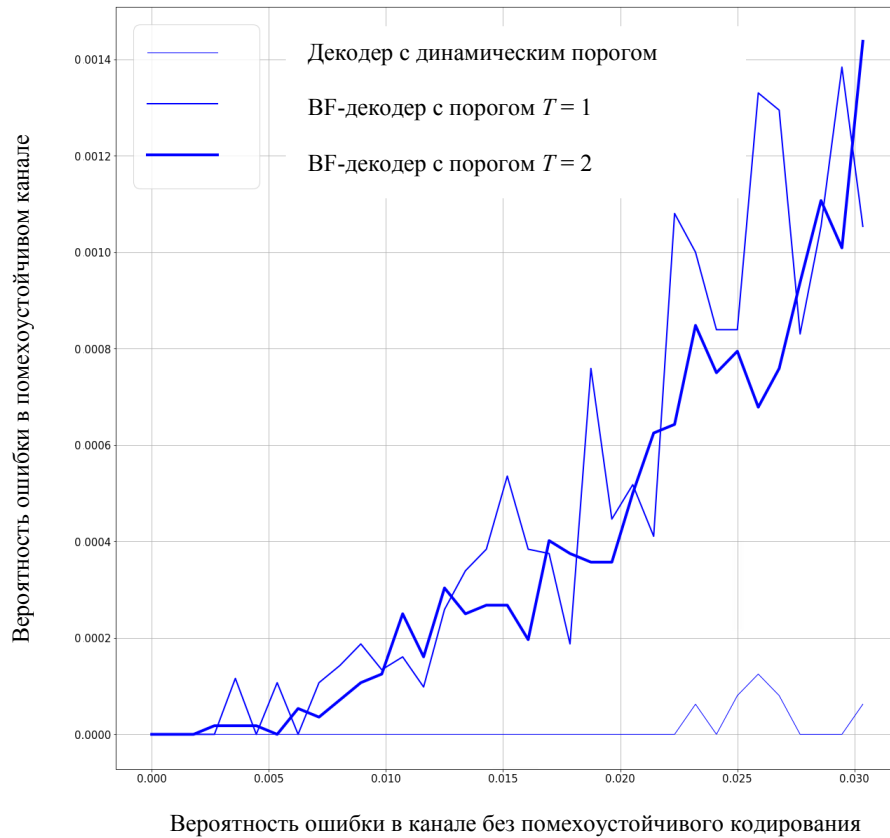


Рис. 4. График корректирующей способности декодеров для LDPC-кодов, заданных матрицей  $H_4$

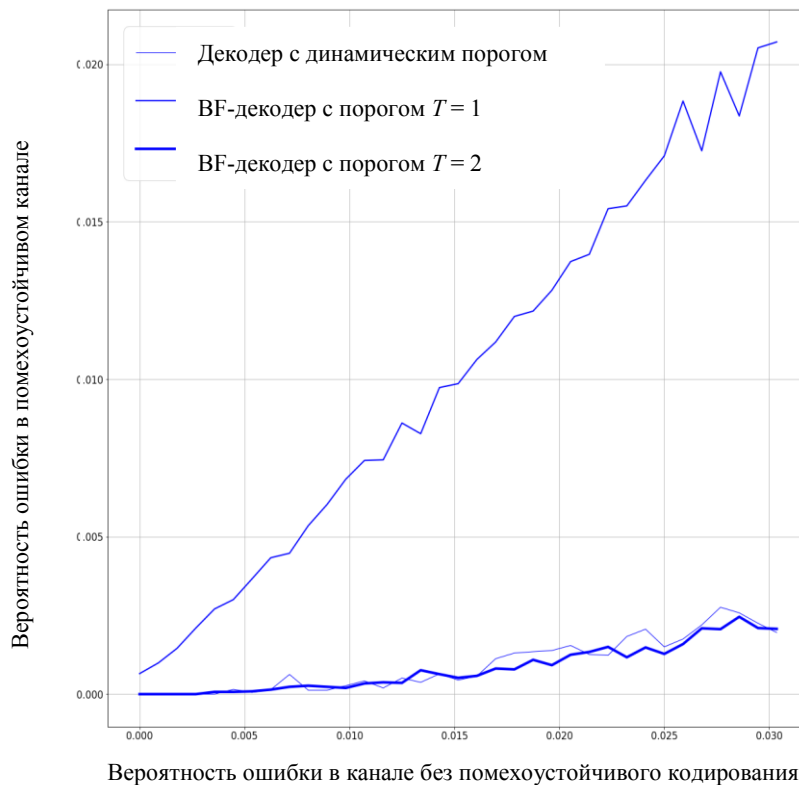


Рис. 5. График корректирующей способности декодеров для LDPC-кодов, заданных матрицей  $H_1$

В диапазоне реального уровня ошибок [8, 13, 14] на рис. 2–4 можно наблюдать, что BF-декодер при значении порога  $T = 2$  показывает лучшие результаты, чем при  $T = 1$ , а модифицированный BF-декодер обладает лучшей корректирующей способностью по сравнению с оригинальным.

Декодеры демонстрируют схожую эффективность при малых значениях длины кода, однако при ее увеличении модифицированный декодер показывает лучшие результаты. Так, при вероятности ошибки в



непомехоустойчивом канале 0,05 различие в вероятности ошибки в помехоустойчивом канале при использовании BF-декодера с порогом  $T = 2$  и  $T = 1$  составляет от 0,005 до 0,03 в пользу использования большего значения порога. Если же задействовать BF-декодер с порогом  $T = 2$  и модифицированный декодер, это различие колеблется в зависимости от LDPC-кода в интервале от 0,001 до 0,003. При вероятности ошибки в помехоустойчивом канале 0,1 вероятность ошибки в помехоустойчивом канале при использовании BF-декодера с порогом  $T = 2$  меньше, чем с порогом  $T = 1$ , на величину от 0,001 до 0,02. При использовании BF-декодера с порогом  $T = 2$  и модифицированного декодера это различие колеблется в зависимости от LDPC-кода в интервале от 0,002 до 0,01.

Оба декодера чувствительны к количеству циклов в графе Таннера, соответствующему проверочной матрице LDPC-кода. Чем больше отношение количества циклов к общему количеству элементов в матрице, тем хуже исправляет ошибки любой BF-декодер. При проведении экспериментов было интересно выяснить, можно ли так увеличить количество циклов в матрице, что модифицированный декодер покажет худшие результаты по сравнению с BF-декодером. Опытным путем была найдена такая матрица —  $H_1$ , содержащая 41 цикл длины 6. Результаты исследования корректирующей способности декодеров для этой матрицы показаны на рис. 5. Заметим, однако, что матрица  $H_2$  содержит еще больше циклов длины 6, а именно 42. Принципиальное отличие матриц  $H_1$  и  $H_2$  — в плотности единиц:

- в  $H_1$  — 60 единичных элементов на 300 элементов матрицы,
- в  $H_2$  — 84 единицы на 588 элементов матрицы.

Напомним, что особенностью LDPC-кодов является разреженная структура проверочной матрицы, поэтому  $H_2$  более типична для LDPC-кодов.

**Обсуждение и заключения.** В работе рассмотрен декодер *bit-flipping* двоичных LDPC-кодов. Даны рекомендации о выборе таких входных параметров декодера, как порог и количество итераций алгоритма. Сформулирована и доказана лемма о максимальном значении порога декодера. Разработана модификация BF-декодера двоичных LDPC-кодов, в которой предлагается задавать порог динамически во время выполнения алгоритма в зависимости от полученного синдрома. Для оригинального и модифицированного декодеров найдены верхние оценки количества операций. Эти оценки показывают, что модификация усложняет декодер незначительно. Проведенные имитационные эксперименты демонстрируют лучшую корректирующую способность модифицированного декодера по отношению к оригинальному. Эксперименты также показали зависимость качества декодирования от степени разреженности матрицы и количества циклов длины 6 в графе Таннера, соответствующего проверочной матрице LDPC-кода. Таким образом, возникает задача построения проверочных матриц с малым количеством коротких циклов, что является предметом дальнейших исследований.

#### Библиографический список

1. Gallager, R. Low-density parity-check codes / R. Gallager // IRE Transactions on information theory. — 1962. — Vol. 8, no. 1. — P. 21–28.
2. Milicevic, M. Quasi-cyclic multi-edge LDPC codes for long-distance quantum cryptography / M. Milicevic, Ch. Feng, L. M. Zhang [et al.] // NPJ Quantum Information. — 2018. — No. 4 (1). — P. 1–9. DOI : 10.1038/s41534-018-0070-6
3. Chen, P. Rate-Adaptive Protograph LDPC Codes for Multi-Level-Cell NAND Flash Memory / P. Chen, K. Cai, S. Zheng // IEEE Communications Letters. — 2018. Vol. 22, iss. 6. — P. 1112–1115. DOI : 10.1109/LCOMM.2018.2814985
4. Baldi, M. A Post-quantum Key Encapsulation Mechanism Based on QC-LDPC Codes. Post-Quantum Cryptography / M. Baldi, A. Barenghi, F. Chiaraluce [et al.] // PQCrypto 2018 : Lecture Notes in Computer Science. — Cham : Springer, 2018. — Vol. 10786. — P. 3–24. DOI : 10.1007/978-3-319-79063-3\_1
5. Maity, R. K. Robust Gradient Descent via Moment Encoding and LDPC Codes / R. K. Maity, R. A. Singh, A. Mazumdar // In: Proc. IEEE International Symposium on Information Theory (ISIT). — Paris : IEEE, 2019. — P. 2734–2738. DOI : 10.1109/ISIT.2019.8849514
6. Li H. Algebra-Assisted Construction of Quasi-Cyclic LDPC Codes for 5G New Radio / Li H, Bai B, Mu X [et al.] // IEEE Access. — 2018. — Vol. 6. — P. 50229–50244. DOI : 10.1109/ACCESS.2018.2868963
7. Cai, Z. Efficient encoding of IEEE 802.11n LDPC codes / Z. Cai, J. Hao, P. H. Tan [et al.] // Electronics Letters. — 2006. — Vol. 42, iss 25. — P. 1471–1472. DOI : 10.1049/el:20063126
8. Колесник, В. Д. Кодирование при передаче и хранении информации / В. Д. Колесник. — Москва : Высшая школа, 2009. — 550 с.
9. Tong Zhang. Joint(3,k)-regular LDPC code and decoder/encoder design // Tong Zhang, K. K. Parhi // IEEE Transactions on Signal Processing. — 2004. — Vol. 52, iss. 4. — P. 1065–1079. DOI : 10.1109/TSP.2004.823508

10. Yang, M. Design of efficiently encodable moderate-length high-rate irregular LDPC codes / M. Yang, W. E. Ryan, Yan Li // IEEE Transactions on Communications. — 2004. — Vol. 52, iss. 4. — P. 564–571.
11. Malema, G. A. Low-Density Parity-Check Codes: Construction and Implementation / G. A. Malema. — University of Adelaide, 2007. — 160 p. URL : <https://digital.library.adelaide.edu.au/dspace/bitstream/2440/45525/8/02whole.pdf> (accessed : 07.06.2020).
12. Etzion, T. Which codes have cycle-free Tanner graphs? / T. Etzion, A. Trachtenberg, A. Vardy // IEEE Transactions on Information Theory. — 2006. — Vol. 52, iss. 9. — P. 4219–4223. DOI: 10.1109/TIT.2006.880060
13. Морелос-Сарагоса, Р. Искусство помехоустойчивого кодирования. Методы, алгоритмы, применение / Р. Морелос-Сарагоса. — Москва : Техносфера, 2006. — С. 259–262.
14. Деундяк, В. М. Методы оценки применимости помехоустойчивого кодирования в каналах связи / В. М. Деундяк, Н. С. Могилевская. — Ростов-на-Дону : Изд-во ДГТУ, 2007. — 85 с.
15. Деундяк, В. М. Решение задачи подбора модели источника ошибок в ИС ОПСАПК / В. М. Деундяк, М. А. Жданова, Н. С. Могилевская // Вестник Донского государственного технического университета. — 2017. — № 17 (4). — С. 107–115. DOI : 10.23947/1992-5980-2017-17-4-107-115
16. Деундяк, В. М. Имитационная модель цифрового канала передачи данных и алгебраические методы помехоустойчивого кодирования / В. М. Деундяк, Н. С. Могилевская // Вестник Донского государственного технического университета. — 2001. — № 1 (1). — С. 98–104.

Сдана в редакцию 26.10.2020

Принята к публикации 25.01.2021

*Об авторах:*

**Гурский Семен Сергеевич**, аспирант кафедры «Алгебра и дискретная математика» ФГАОУ ВО «Южный Федеральный университет (344090, РФ, г. Ростов-на-Дону, ул. Мильчакова, 8а), ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-4738-2363>, [nor-ber@list.ru](mailto:nor-ber@list.ru).

**Могилевская Надежда Сергеевна**, доцент кафедры «Алгебра и дискретная математика» ФГАОУ ВО «Южный Федеральный университет (344090, РФ, г. Ростов-на-Дону, ул. Мильчакова, 8а), кандидат технических наук, доцент, ORCID: <http://orcid.org/0000-0003-1357-5869>, [nadezhda.mogilevskaia@yandex.ru](mailto:nadezhda.mogilevskaia@yandex.ru).

*Заявленный вклад соавторов:*

С. С. Гурский — модификация декодера bit-flipping, программная реализация моделей каналов, проведение вычислительных экспериментов, подготовка текста. Н. С. Могилевская — научное руководство, постановка задачи, анализ результатов исследований, доработка текста, формулирование выводов.

*Все авторы прочитали и одобрили окончательный вариант рукописи.*

# ИНФОРМАТИКА, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА И УПРАВЛЕНИЕ INFORMATION TECHNOLOGY, COMPUTER SCIENCE, AND MANAGEMENT



УДК 621.396. 6

<https://doi.org/10.23947/2687-1653-2021-21-1-105-110>

## Method for estimating time length using simultaneous phase measurements in the system of simultaneously and independently operating generators

D. D. Gabrielyan<sup>1</sup>, A. A. Kostoglotov<sup>2</sup>, O. A. Safaryan<sup>2</sup>, L. V. Cherkesova<sup>2</sup>, O. V. Dvornikov<sup>3</sup>

<sup>1</sup> Rostov Research Institute for Radio Communication (Rostov-on-Don, Russian Federation)

<sup>2</sup> Don State Technical University (Rostov-on-Don, Russian Federation)

<sup>3</sup> Minsk Research Instrument-Making Institute JSC (Minsk, Republic of Belarus)



**Introduction.** This paper is devoted to the development of a method for estimating the current time-frequency parameters of each of a set of simultaneously and independently operating generators in the radio electronic system. A general case is considered, in which the deviation of true values of the nominal generator parameters from the assumed values of these parameters is determined not only by random, but also by long-term frequency deviation. The work objective is to generalize the method for estimating the time-frequency parameters of signals (long-term nominal frequency and current frequency deviation from the nominal value) based on the simultaneous measurement of the phases of signals generated in the system of independently functioning generators. The research task is to consider a system of simultaneously and independently operating generators. Each of them generates harmonic signals, whose time-frequency parameters, such as the average frequency, are constant during a certain interval of observation. But herewith, these time-frequency parameters are known with insufficient accuracy due to the influence of external factors (changes in temperature, pressure, supply voltage, etc.). It is required to obtain estimates of the time-frequency parameters of signals (the duration of the measuring interval, values of the long-term frequency and the standard deviation) from the results of measurements of the phases of signals formed by the generators at measuring intervals belonging to the observation interval, within which the average frequency remains constant.

**Materials and Methods.** A system of simultaneously and independently functioning generators is considered. The long-term value of signal frequency for each of the generators over the observation interval remains constant, but it is known with some margin of error. During the observation interval, several measurements of the signal phase of each of the generators are performed. At the same time, the current values of the signal frequency and the duration of the measuring interval have random deviations from the long-term values, and follow the normal distribution law with zero mathematical expectation and a known variance. The estimation of time-frequency parameters based on the results of measuring the signal phases is carried out using a multidimensional likelihood function. The maximum is found on the base of solving the redefined system of linear algebraic equations.

**Results.** A new mathematical model and a numerical-analytical method for determining the time-frequency parameters of signals are developed. They take into account both the long-term constant frequency deviation and short-term random deviations.

**Discussion and Conclusions.** The results obtained can be used under the development and creation of data-measuring and information-telecommunication systems, including geographically distributed systems. The resulting estimates of the time-frequency parameters enable to increase the signal frequency stability and, accordingly, to improve the accuracy of measurements and the quality of information transfer.

**Keywords:** high-frequency generators, high frequency radio signals, statistical frequency stabilization method, frequency stability, least square method (LS method).

**For citation:** D. D. Gabrielyan, A. A. Kostoglotov, O. A. Safaryan, et al. Method for estimating a time length using simultaneous phase measurements in the system of simultaneously and independently operating generators. Advanced Engineering Research, 2021, vol. 21, no. 1, p. 105–110. <https://doi.org/10.23947/2687-1653-2021-21-1-105-110>

**Funding information:** the research is done with the financial support from RFFI (grant no. 19–01–00151/21).

© Gabrielyan D. D., Kostoglotov A. A., Safaryan O. A., Cherkesova L. V., Dvornikov O. V., 2021



## Метод оценивания длительности временного интервала с использованием одновременных измерений фазы в системе одновременно и независимо работающих генераторов

Д. Д. Габриэльян<sup>1</sup>, А. А. Костоготов<sup>2</sup>, О. А. Сафарьян<sup>2</sup>, Л. В. Черкесова<sup>2</sup>, О. В. Дворников<sup>3</sup>

<sup>1</sup> ФГУП «Ростовский-на-Дону научно-исследовательский институт радиосвязи» (г. Ростов-на-Дону, Российская Федерация)

<sup>2</sup> ФГБОУ ВО «Донской государственный технический университет» (г. Ростов-на-Дону, Российская Федерация)

<sup>3</sup> ОАО «Минский научно-исследовательский приборостроительный институт» (г. Минск, Республика Беларусь)

**Введение.** Статья посвящена разработке метода оценивания текущих частотно–временных параметров каждого из совокупности одновременно и независимо функционирующих генераторов в составе радиоэлектронной системы. Рассмотрен общий случай, при котором отклонение истинных значений номинальных параметров генераторов от предполагаемых значений указанных параметров определяется не только случайным, но и долговременным отклонением частоты. Целью работы является обобщение метода оценивания частотно–временных параметров сигналов (долговременной номинальной частоты и текущего отклонения частоты от номинального значения) на основе одновременного измерения фаз сигналов, формируемых в системе независимо функционирующих генераторов. Постановка задачи – рассматривается система из одновременно и независимо функционирующих генераторов, каждый из которых формирует гармонические сигналы, частотно–временные параметры которых, такие как средняя частота, являются в течение некоторого интервала наблюдения постоянными, но известными с недостаточной точностью из-за влияния внешних факторов (изменение температуры, давления, напряжения питания и т.д.). Требуется по результатам измерений фаз сигналов, формируемых генераторами на измерительных интервалах, принадлежащих интервалу наблюдения, в пределах которых значения средней частоты остаются постоянными, получить оценки частотно–временных параметров сигналов – длительности измерительного интервала, значений долговременной частоты и среднеквадратического отклонения частоты.

**Математическая модель и методы решения.** Рассматривается система одновременно и независимо функционирующих генераторов. Долговременное значение частоты сигнала для каждого из генераторов на интервале наблюдения остается постоянным, но известным с некоторой погрешностью. В течение интервала наблюдения проводится несколько измерений фазы сигналов каждого из генераторов. При этом текущие значения частоты сигнала и длительности измерительного интервала имеют случайные отклонения от долговременных значений и подчиняются нормальному закону распределения с нулевым математическим ожиданием и известной величиной дисперсии.

Оценивание частотно–временных параметров по результатам измерения фаз сигналов проводится с использованием многомерной функции правдоподобия. В качестве оценок случайного отклонения частоты сигналов и длительностей интервалов измерения, выбираются значения, доставляющие максимум функции правдоподобия. Нахождение максимума проводится на основе решения переопределенной системы линейных алгебраических уравнений.

**Результаты исследования.** Разработана новая математическая модель и численно–аналитический метод определения частотно–временных параметров сигналов, учитывающие как долговременное постоянное отклонение частоты, так и кратковременные отклонение, носящие случайный характер.

**Обсуждение и заключения.** Полученные результаты могут быть использованы при разработке и создании информационно–измерительных и информационно–телекоммуникационных систем, в том числе территориально распределенных систем. Получаемые оценки частотно–временных параметров позволяют повысить стабильность частоты сигналов и соответственно повысить точность проводимых измерений и качество передачи информации.

**Ключевые слова:** генераторы высокочастотных колебаний, высокочастотные радиосигналы статистический метод стабилизации частоты, стабильность частоты, метод наименьших квадратов.

**Для цитирования:** Габриэльян, Д. Д. Метод оценивания длительности временного интервала с использованием одновременных измерений фазы в системе одновременно и независимо работающих генераторов // Advanced Engineering Research. — 2021. — Т. 21, № 1. — С. 105–110. <https://doi.org/10.23947/2687-1653-2021-21-1-105-110>

**Финансирование:** Работа выполнена при материальной поддержке РФФИ, грант № 19-01-00151/21.

**Introduction.** The constant growth of requirements for audio and video information transmission, for data formation and transmission systems, necessitates an increase in stability of the time-frequency parameters of signals generating in radio-electronic systems (RES) [1]. The information-telecommunication systems and data-measuring ones are typical examples of such systems. One of the components in providing high efficiency of such systems is

associated with the formation of signals with highly stable time-frequency parameters. The latter is relevant, in particular, for the systems of information transmission with complex signals, radar and radio navigation systems, and audio and video information transmission systems as well.

Currently, the main approach in the creation of RES is a modular construction principle, which determines the use of functionally completed blocks and devices connected to each other. The application of this approach leads to presence of a large number of high-frequency signal (HF signal) generators in any radio-electronic system. At the same time, functional completeness of each of the devices included in the system enables to consider the HF-signal generators of these devices as units operating simultaneously and independently on a certain time interval.

Despite the fact that signal generators in various devices have different parameters, the presence of a large number of simultaneously and independently functioning generators in the RES provides determining the current values of the time-frequency parameters of these signals through measuring and subsequent processing of the generated signals phases<sup>1</sup> [2–6]. The latter makes it possible to estimate the current values of the time-frequency parameters with higher accuracy. In turn, the obtained values of the time-frequency signal parameters are associated with the parameters of the generators that are forming them. That allows either to stabilize the generators frequency, or to consider its current value during the subsequent signal processing [2–6].

Well-known solutions to the problem of estimating the current time-frequency parameters take into account, as a rule, only random components of the frequency deviation due to the influence of various factors. In this case, the values of such parameter as the nominal (mean) frequency of the generator are considered known. At the same time, in many cases, long-term frequency deviations associated with both the influence of external factors and the technology of generator production are not analyzed in the papers under examination.

Thus, the solution to the problem of estimating the time-frequency parameters of signals, such as the nominal (mean) frequency and random deviations from the average frequency of generators, is a challenge.

The paper objective is the generalization of the method of estimating the time-frequency signal parameters (the long-term nominal frequency and the current frequency deviation from the nominal value) based on the simultaneous measurement of the signal phases forming in the system of independently functioning generators.

As in the paper [3], let us consider the system of  $N+1$  generators, each of which forms the harmonic signals, whose time-frequency parameters, such as average frequency  $\omega_n$ , are constant, but known with insufficient accuracy due to the influence of external factors (changes in temperature, pressure, supply voltage, etc.) during a certain observation interval.

It is required to obtain estimates of the time-frequency parameters of signals (the duration of the measuring interval, frequency values and RMS (root-mean-square, or standard, deviation) of signals) from the results of measurements of the phases of the signals formed by the generators at the measuring intervals belonging to the observation interval, within which the average frequency values remain constant.

**Mathematical model and solution method.** For the system of  $N+1$  generators under consideration, let us present the signals formed by each of the generators, as

$$s_n(t) = A_n \cos(\omega_n \cdot t + \varphi_n), \quad n = 1, \dots, N+1. \quad (1)$$

Using one of the generators (hereinafter the  $N+1$  generator), we will form measuring intervals of nominal duration  $t_m^{(0)}$  ( $m = 1, \dots, M$ ), such that during all the specified intervals, the average frequency and RMS of the frequency of each of the generators can be considered constant.

We represent the measured values of signals phase  $\Phi_{n,m}$  of each of  $N$  generators ( $n = 1, \dots, N$ ) on the  $m$ -th measuring interval ( $m = 1, \dots, M$ ) as follows:

$$\Phi_{n,m} = (\omega_n + \Delta\omega_{n,m})(t_m^{(0)} + \Delta t_m), \quad n = 1, \dots, N, \quad m = 1, \dots, M, \quad (2)$$

where  $\Delta\omega_{n,m}$  – is random deviation of the  $n$ -th generator frequency on the  $m$ -th measuring interval from the average value  $\omega_n$ ;  $t_m^{(0)}$  and  $\Delta t_m$  are, respectively, nominal duration and deviation from the nominal value of the  $m$ -th measuring interval duration.

For the mean value frequency, taking into account the modern production technology of HF-generators, we can write

$$\omega_n = \omega_n^{(0)} + \delta\omega_n, \quad \delta\omega_n \ll \omega_n^{(0)}, \quad n = 1, \dots, N+1, \quad (3)$$

where the values  $\omega_n^{(0)}$  are known, and  $\delta\omega_n$ , with account for the influence of external factors, are unknown.

Taking into account the expressions (3), the relation (2) takes the form

<sup>1</sup> Gabrielyan DD, Prygunov AG, KhutortsevVV, et al. Generator frequency stabilization method. RF Patent no. 2219654, 2003. (In Russ.)



$$\Phi_{n,m} = (\omega_n^{(0)} + \delta\omega_n + \Delta\omega_{n,m})(t_m^{(0)} + \Delta t_m), \quad n = 1, \dots, N, \quad m = 1, \dots, M. \quad (4)$$

After linearization (the terms  $\delta\omega_n \cdot \Delta t_m$  and  $\Delta\omega_{n,m} \cdot \Delta t_m$ , are discarded), the expression (4) enables to estimate the random deviation of the frequency of the  $n$ -th generator on the  $m$ -th measurement interval as follows:

$$\Delta\omega_{n,m} = \frac{\Phi_{n,m} - \Phi_{n,m}^{(0)} - \delta\omega_n \cdot t_m^{(0)} - \omega_n^{(0)} \cdot \Delta t_m}{t_m^{(0)}}, \quad n = 1, \dots, N, \quad m = 1, \dots, M, \quad (5)$$

where  $\Phi_{n,m}^{(0)} = \omega_n^{(0)} \cdot t_m^{(0)}$ .

The frequency deviations  $\Delta\omega_{n,m}$  ( $n = 1, \dots, N, m = 1, \dots, M$ ) and deviations of measurement interval duration  $\Delta t_m$  ( $m = 1, \dots, M$ ) follow the normal distribution law [7]:

$$p(\Delta\omega_{n,m}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_n^{(0)}} \exp\left[-\frac{(\Delta\omega_{n,m})^2}{2(\sigma_n^{(0)} \cdot \omega_n^{(0)})^2}\right], \quad p(\Delta t_m) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{N+1}^{(0)}} \exp\left[-\frac{(\Delta t_m)^2}{2(\sigma_{N+1}^{(0)} \cdot t_m^{(0)})^2}\right], \quad (6)$$

where  $\sigma_n^{(0)}$  are known values of the relative instability of the frequency of the  $n$ -th generator ( $n = 1, \dots, N$ ).

The given relations describe the mathematical model of the system of generators that function simultaneously and independently.

**Solution method.** Taking into account the relations (5) and (6), we can write the multidimensional logarithmic likelihood function:

$$L(\delta\omega, \Delta t) = -\sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \left\{ \ln \sqrt{2\pi} + \ln \sigma_n + \frac{(\Phi_{n,m} - \Phi_{n,m}^{(0)} - \delta\omega_n \cdot t_m^{(0)} - \omega_n^{(0)} \cdot \Delta t_m)^2}{2(\sigma_n^{(0)} \cdot \omega_n^{(0)} \cdot t_m^{(0)})^2} \right\}, \quad (7)$$

which includes the vectors  $\delta\omega$  and  $\Delta t$ , whose elements are unknown values, respectively,  $\delta\omega_n$  ( $n = 1, \dots, N$ ) and  $\Delta t_m$  ( $m = 1, \dots, M$ ).

The estimates  $\delta\omega_n$  and  $\Delta t_m$  are found from the maximum condition (7) and correspond to the solution of the system of linear algebraic equations (SLAE).

$$\begin{cases} \frac{\partial L(\delta\omega, \Delta t)}{\partial \delta\omega_n} = 0, & n = 1, \dots, N, \\ \frac{\partial L(\delta\omega, \Delta t)}{\partial \Delta t_m} = 0, & m = 1, \dots, M. \end{cases} \quad (8)$$

The equations in (8) have the form

$$\begin{aligned} \frac{(\Phi_{n,m} - \Phi_{n,m}^{(0)} - \delta\omega_n \cdot t_m^{(0)} - \omega_n^{(0)} \cdot \Delta t_m) \cdot t_m^{(0)}}{(\sigma_n^{(0)} \cdot \omega_n^{(0)} \cdot t_m^{(0)})^2} &= 0, \quad n = 1, \dots, N, \\ \frac{(\Phi_{n,m} - \Phi_{n,m}^{(0)} - \delta\omega_n \cdot t_m^{(0)} - \omega_n^{(0)} \cdot \Delta t_m) \cdot \omega_n^{(0)}}{(\sigma_n^{(0)} \cdot \omega_n^{(0)} \cdot t_m^{(0)})^2} &= 0, \quad m = 1, \dots, M. \end{aligned} \quad (9)$$

In a matrix form, the SLAE (9) can be presented as:

$$\begin{pmatrix} A_{1,1} & A_{1,2} \\ A_{2,1} & A_{2,2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \delta\omega \\ \Delta t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} B_1 \\ B_2 \end{pmatrix}, \quad (10)$$

where  $A_{1,1}$  is the block with dimensions  $N \cdot M \times N$  with elements  $a_{n-m,m}^{(1,1)} = (\sigma_n^{(0)} \cdot \omega_n^{(0)})^{-2}$ ;  $A_{1,2}$  is the block with dimensions  $N \cdot M \times M$  with elements  $a_{n-m,m}^{(1,2)} = (\sigma_n^{(0)})^{-2} \cdot (\omega_n^{(0)} \cdot t_m^{(0)})^{-1}$ ;

$A_{2,1}$  is the block with dimensions  $N \cdot M \times N$  with elements  $a_{n-m,m}^{(2,1)} = (a_{n-m,m}^{(1,2)})^T$ ;

$A_{2,2}$  is the block with dimensions  $N \cdot M \times M$  with elements  $a_{n-m,m}^{(2,2)} = (\sigma_n^{(0)} \cdot t_m^{(0)})^{-2}$ ;

$B_1$  is the block with dimensions  $N \cdot M \times 1$  with elements  $b_{n-m}^{(1)} = \frac{\Phi_{n,m} - \Phi_{n,m}^{(0)}}{(\sigma_n^{(0)} \cdot \omega_n^{(0)})^2 \cdot t_m^{(0)}}$ ;

$B_2$  is the block with dimensions  $N \cdot M \times 1$  with elements  $b_{n-m}^{(2)} = \frac{\Phi_{n,m} - \Phi_{n,m}^{(0)}}{(\sigma_n^{(0)} \cdot t_m^{(0)})^2 \cdot \omega_n^{(0)}}$ ;

$T$  is the sign of the matrix transposition.



The system of equations (9) contains  $N$  of the unknown components  $\delta\omega_n$  and  $M$  of the unknown elements  $\Delta t_m$ . The total number of measured values of signal phase is  $N \cdot M$ . The estimation of their values, taking into account the measurement errors, should be carried out by the least-square method (LSM) [8-10]. In this case, the condition  $N \cdot M > N + M$  must be met, and the number of measurement intervals must satisfy the next condition: the number of measurements  $M$  must fulfil the condition  $M > N/(N-1)$ .

The representation of SLAE using the expressions (9) and (10) defines the numerical-analytical method for the problem solving. All elements of the matrix have an analytical representation. At the same time, when passing to the system of normal equations, as a rule, used in the LSM, obtaining the analytical expressions is also not difficult. However, the inversion of large-dimensional matrix can be performed only using the numerical methods [11–13].

The estimates  $(\delta\omega_n)^*$  and  $(\Delta t_m)^*$  obtained from the solution to the system of equations, represented by the expressions (9), allow us to determine current time-frequency parameters of the generators and signals forming by them.

**Research Results.** We propose a mathematical model describing a simultaneous and independent functioning of the generator system, and a numerical-analytical method for determining the time-frequency parameters of the signals with account for both the long-term constant frequency deviation and the short-term deviation of random nature. This approach enables:

- to evaluate, according to the results of measuring the phases of signals formed by simultaneously and independently functioning generators, not only random deviations in the frequency of the generated signals, and to obtain the estimates of the average long-term frequency of each of the generators;
- to exclude an instability influence of the time interval duration of measurements on the resulting estimates of the signal time-frequency parameters [14-16].

**Discussion and Conclusions.** The results obtained can be used under the development and creation of data-measuring and information-telecommunication systems, including the geographically distributed systems. The resulting estimates of the time-frequency parameters provide increasing the signal frequency stability and, accordingly, improving the accuracy of the measurements and the quality of information transmission.

## References

1. Vasilyev AF, Merkulov EA. Programmiruemyi tsifrovoy preselektor dlya sistem radiosvyazi dvoynogo naznacheniya [Programmable digital preselector for dual-purpose radio communication systems]. Vestnik of DSTU. 2012;12(2-1):5–11. (In Russ.)
2. Gabriel'yan DD, Prygunov AA, Prygunov AG, et al. Metod otsenki chastot v sisteme generatorov [Method of estimating frequency generator system]. Physical Bases of Instrumentation 2012;1(2):72-77. (In Russ.)
3. Gabriel'yan DD, Safaryan OA. Proyavlenie svoystva ehmerdzhenosti v sisteme nezavisimo funktsioniruyushchikh generatorov pri ispol'zovanii metoda statisticheskoi stabilizatsii chastoty [The emergence property in a system of independently functioning generators using the method of statistical frequency stabilization]. Journal of Radio Electronics. 2019, no. 8. Available from: <http://jre.cplire.ru/jre/aug19/2/text.pdf>. DOI 10.30898/1684-1719.2019.8.2 (In Russ.)
4. Gabriel'yan DD, Safaryan OA. Obobshchennyi metod statisticheskogo otsenivaniya chastoty odnovremennno i nezavisimo funktsioniruyushchikh generatorov [Generalized method for statistical estimation of frequency of simultaneously and independently functioning generators]. Journal of Radio Electronics. 2020, no. 5. Available from: <http://jre.cplire.ru/jre/may20/5/text.pdf>. DOI 10.30898/1684-1719.2020.5.5 (In Russ.)
5. Safaryan OA. Modelirovanie protsessov stabilizatsii chastoty generatorov v infokommunikatsionnykh sistemakh [Simulation of generator frequency stabilization in infocommunication systems]. Vestnik of DSTU. 2016;16(4):150-154. (In Russ.)
6. Safaryan OA, Sakharov IA, Boldyrikin NV, et al. Method of Reducing Phase Noise in the System Simultaneously and Independently Operating the High-Frequency Signal Generators. Engineering Computations. Emerald Group Publishing Ltd. 2017;34(8):2586-2594.
7. Korn G, Korn T. Spravochnik po matematike dlya nauchnykh rabotnikov i inzhenerov [Handbook of Mathematics for researchers and engineers]. Moscow: Nauka; 1974. 832 p. (In Russ.)
8. Mazmishvili AI. Teoriya oshibok i metod naimen'shikh kvadratov [Error theory and the least squares method]. Moscow: Nedra; 1978. 310 p. (In Russ.)
9. Neydorf RA. Approksimatsionnoe postroyeniye matematicheskikh modelei po tochechnym ehksperimental'nym dannym metodom «cut-glue» [Approximating mathematical model development according to point experimental data through “cut-glue” method]. Vestnik of DSTU. 2014;14(1):45–59. (In Russ.)

10. Kostoglotov AA, Deryabkin IV, Lazarenko SV, et al. Synthesis of Phase-Locked Loop System Structure with Adaptation Based on Combined-Maximum Principle. MATEC Web of Conferences “2016 3rd International Conference on Mechanics and Mechatronics Research, ICMR 2016”. 2016;77:15002. DOI: <https://doi.org/10.1051/mateconf/20167715002>
11. Demir A, Mehrotra A, Roychowdhury J. Phase noise in oscillators: A unifying theory and numerical methods for characterization. IEEE Trans. Circuits Syst. I. Fundam. Theory Appl. 2000;47(5):655-674.
12. Hati A, Nelson C, Howe DA. Reducing oscillators PM noise from AM-PM correlation. Electronics Letters. 2014;50(17):1195-1197. DOI: 10.1049/el.2014.2210
13. Huang X, Jiao J, Sun F, et al. Prediction, simulation, and verification of the phase noise in 80-MHZ low-phase-noise crystal oscillators. Proc. IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control. 2015;62(9):1599-1604.
14. Cheng Lei, Hongwei Chen, Minghua Chen, et al. Recirculating Frequency Shifting Based Wideband Optical Frequency Comb Generation by Phase Coherence Control. IEEE Photonics Journal. 2015;7(1):1300107.
15. Wei Chen, Qin Liu, Nan Cheng, et al. Joint Time and Frequency Dissemination Network Over Delay-Stabilized Fiber Optic Links. IEEE Photonics Journal. 2015;7(3):7901609.
16. Shu Sun, Rappaport TS, Thomas TA, et al. Investigation of Prediction Accuracy, Sensitivity and Parameter Stability of Large-Scale Propagation Path Loss Models for 5G Wireless Communications. IEEE Transactions on Vehicular Technology. 2016;65(5):2843-2860.

Submitted 14.12.2020

Scheduled in the issue 25.02.2021

*About the Authors:*

**Gabriel'yan, Dmitriy D.**, Deputy Head, Rostov Research Institute for Radio Communication (130, Nansena St., Rostov-on-Don, 344038, RF), Dr.Sci. (Eng.), professor, ScopusID: [7004903129](https://orcid.org/7004903129), [d.gabrieljan2011@yandex.ru](mailto:d.gabrieljan2011@yandex.ru)

**Kostoglotov, Andrey A.**, professor of the Cybersecurity of IT Systems Department, Don State Technical University (1, Gagarin sq., Rostov-on-Don, 344000, RF), Dr.Sci. (Eng.), professor, ResearcherID: [A-5161-2014](https://orcid.org/A-5161-2014), ScopusID: [6701522218](https://orcid.org/6701522218), ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-4006-2436>, [kostoglotov@me.com](mailto:kostoglotov@me.com)

**Safaryan, Olga A.**, associate professor of the Cybersecurity of IT Systems Department, Don State Technical University (1, Gagarin sq., Rostov-on-Don, 344000, RF), Cand.Sci. (Eng.), associate professor, ScopusID: [57210832767](https://orcid.org/57210832767), ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-7508-913X>, [safari\\_2006@mail.ru](mailto:safari_2006@mail.ru)

**Cherckesova, Larissa V.**, professor of the Cybersecurity of IT Systems Department, Don State Technical University (1, Gagarin sq., Rostov-on-Don, 344000, RF), Dr.Sci. (Phys.-Math.), associate professor, ScopusID: [54683534500](https://orcid.org/54683534500), ORCID: [chia2002@inbox.ru](mailto:chia2002@inbox.ru)

**Dvornikov, Oleg V.**, Chief Researcher, Minsk Research Instrument-Making Institute JSC (5-1, 2nd Paveletsky Pr., Moscow, 115114, RF), Dr.Sci. (Eng.), professor, [oleg\\_dvornikov@tut.by](mailto:oleg_dvornikov@tut.by)

*Claimed contributorship:*

D. D. Gabriel'yan: basic concept formulation; academic advising. A. A. Kostoglotov: research objectives and tasks setting; computational analysis. O. A. Safaryan: the text revision; correction of the conclusions. L. V. Cherckesova: text preparation; formulation of conclusions. O. V. Dvornikov: analysis of the research results.

*All authors have read and approved the final manuscript.*